

Diplomarbeit am Bremer Institut für Angewandte Strahltechnik (BIAS)

WS 2004/2005

Experimentelle Untersuchungen zur
Formerfassung mittels
digital-holografischer Interferometrie
unter Verwendung von zwei
Beleuchtungsrichtungen

Marc Philipp Sandner, FH Darmstadt
Überarbeitete Version

16. Mai 2005

Die vorliegende Diplomarbeit wurde durchgeführt am

Bremer Institut für Angewandte Strahltechnik (BIAS)
Klagenfurter Straße 2
28359 Bremen ,

im Rahmen des Studiengangs

Optotechnik und Bildverarbeitung

der

Fachhochschule Darmstadt
Haardtring 100
64295 Darmstadt.

Autor :

Marc Philipp Sandner
e-mail: *marc.sandner@saphmar.net*

Betreuender Dozent :

Prof. Dr. Bernhard Ströbel
Tel.: 06151 - 16 8658
e-mail: *stroebel@fh-darmstadt.de*

Betreuer am BIAS :

Dr. Ing. Thomas Kreis
Tel.: 0421 - 218 5011
e-mail: *kreis@bias.de*

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt, bzw. die wörtlich oder sinngemäß entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen.

Bremen, 16. Mai 2005

Inhaltsverzeichnis

0	Einleitung	6
0.1	Zusammenfassung	6
1	Problematik und Zielsetzung	7
1.1	Messsituation im Teilprojekt B3 des SFB 570	7
1.2	Vorarbeiten in B3	10
1.3	Zielsetzung dieser Diplomarbeit	11
2	Theoretische Grundlagen	13
2.1	Kohärenz, Interferenz und Beugung	13
2.2	Polarisation	23
2.3	Prinzipien der Holografie	25
2.3.1	Digitale Holografie	28
2.3.1.1	Aufnahme	28
2.3.1.2	Rekonstruktion der Objektwelle	32
2.4	Digital-holografische Interferometrie	39
2.4.1	Verarbeitung der Phaseninformation	39
2.4.2	Verformungsmessung	40
2.4.3	Formmessung (Contouring)	43
2.4.3.1	2- λ -Contouring	45
2.4.3.2	2-Beleuchtungsrichtungen-Contouring	47
3	Vorarbeiten	50
3.1	Simulation von zwei Beleuchtungsquellen	51
3.2	Experimentalaufbau zur Digitalen Holografie	55
3.3	Verformungsdetektion durch Phasendifferenzbildung	59
3.4	Entwicklung eines Kalibrierungsansatzes	61
4	Formerfassung durch 2-BR-Contouring	63
4.1	Kalibriertes Contouring	63
4.2	Contouring mit erweiterter Kalibrierung	68

4.2.1	Kalibrierung	69
4.2.2	Formvermessung	71
4.2.3	Vergleich der Formdaten	73
5	Modifizierung des Messaufbaus	76
6	Wertung und Ausblick	83
6.1	Zusammenfassende Wertung	83
6.2	Weiteres Vorgehen	83
7	Anhang	85
7.1	Danksagung	85
7.2	Liste der verwendeten Formelzeichen	86

Einleitung

0.1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Diplomarbeit wurde das auf digital-holografischer Interferometrie basierende Verfahren der Formvermessung mittels 2-Quellpunkt-Technik im Hinblick auf dessen experimentelle Umsetzung und Auswertung untersucht.

Hierfür wurden zunächst verschiedene optische Aufbauten zur Erzeugung digitaler Hologramme realisiert, und Aufnahme sowie Rekonstruktion der digitalen Hologramme theoretisch und im Experiment dargestellt. Die interferometrische Auswertung der digitalen Hologramme wird anhand einer Verformungsmessung demonstriert. In Simulationen wurden die der 2-Quellpunkt-Technik zugrundeliegenden Geometrieverhältnisse erfasst. Angepasst an diese Geometrieverhältnisse wurde eine Methode zur Kalibrierung eines Messaufbaus entwickelt.

Zur Durchführung von Formmessungen mittels der 2-Quellpunkt-Technik wurde ein geeigneter Aufbau konzipiert und mit diesem zwei Formvermessungen an verschiedenen Objekten durchgeführt. Die Validierung des Kalibrierungsmodells erfolgte durch Vergleich der Messergebnisse mit Ergebnissen einer mittels eines Triangulationssensor-Systems durchgeführten Referenzmessung.

Als Teilschritt zur Anpassung des Formerfassungsaufbaus an eine spezielle Messumgebung wurde eine Methode zur Trennung der Beleuchtungsstrahlen durch Polarisation vorgestellt und deren Anwendbarkeit experimentell verifiziert.

Die Erweiterung dieser Methode auf eine simultane Aufnahme der digitalen Hologramme mit zwei Kameras wurde experimentell untersucht und Probleme bei Justage und Auswertung der Phaseninformation aufgezeigt.

Problematik und Zielsetzung

Die in dieser Diplomarbeit thematisierte Messtechnik ist auf eine spezielle Messsituation abgestimmt, die sich im Sonderforschungsbereich (SFB) 570 'Distortion Engineering' der Universität Bremen ergeben hat. Da die in der vorliegenden Diplomarbeit untersuchte Messtechnik aus Einschränkungen entstanden ist, die sich im Teilprojekt B3 '*Messtechnik zur In-Prozess Verzugserfassung in der Wärmebehandlung*'¹ des SFB ergaben, werden im folgenden kurz Ziele des Projekts sowie die dortige Messsituation und -umgebung beschrieben.

In Abschnitt 1.3 werden die Zielvorgaben dieser Diplomarbeit erläutert.

1.1 Messsituation im Teilprojekt B3 des SFB 570

Der Sonderforschungsbereich 570, an dem Mitarbeiter des Instituts für Werkstofftechnik (IWT), des Instituts für Betriebstechnik und angewandte Arbeitswissenschaft (BIBA), sowie des BIAS teilnehmen, behandelt die Herstellung und Bearbeitung von Werkstücken.

Bei der Produktion von metallischen Werkstücken werden diese oft gehärtet, um deren mechanische Belastbarkeit zu erhöhen. Da sich ein gehärtetes Werkstück nicht mehr gut umformen lässt, wird es im Allgemeinen zuerst umgeformt und als letzter Fertigungsschritt die Härtung mittels Wärmebehandlung durchgeführt. Eine Wärmebehandlung besteht im Allgemeinen aus Erhitzen und anschliessendem Abschrecken des Werkstücks; beim Abschrecken kommt es häufig zu einem Materialverzug am Werkstück. Da oft hohe Ansprüche an die Maßgenauigkeit der Werkstücke gestellt werden, stellt dieser Verzug eine fertigungsbedingte Qualitätseinbuße dar.

Bei den zu untersuchenden Werkstücken handelt es sich im SFB beispielhaft um zylindrische Wellen mit einer Länge von 25 cm und einem Durchmesser von 2 cm. Die zylindrischen Wellen werden nach dem Abdrehen auf eine Temperatur von 850° C erhitzt und anschliessend in einen Abschreckstand (siehe Abb. 1) eingesetzt. Dieser besteht aus vier quadratisch angeordneten Zylindern, an denen Gasdüsen angebracht sind. Zum

¹siehe hierzu auch http://www.sfb570.uni-bremen.de/tp_b3/teilprojekt_b3.htm

Abschrecken wird das erhitzte Objekt mit Stickstoff angeblasen, der Abschreckprozess dauert ca. 1,5 Minuten.

Zielsetzung von B3 ist es, sowohl die Verformung (Formänderung), als auch die Form des Werkstücks während des Abschreckprozesses zu messen, die Messdaten werden dann im Rahmen eines anderen Teilprojekts weiterverarbeitet. Auf längere Sicht soll an der Abschreckanlage ein Regelkreis zur asymmetrischen Nachregelung der Abschreckdüsen aufgebaut werden, um die Verformung zu kontrollieren.

Eine mechanische Messung erscheint hierbei problematisch, da diese eine ungleichmäßige Abkühlung bewirken würde. Eine Alternative zur mechanischen Messung stellt die berührungslose Deformationsmessung mit optischen Methoden dar.

Viele optische Messmethoden, wie z.B. Lasertriangulation, Streifenprojektion oder interferometrische Verfahren, basieren auf der Auswertung der Verformung eines auf das Objekt projizierten Musters bzw. der Lage eines projizierten Punkts; das Objekt wird so strukturiert beleuchtet und die Szene mit einer Kamera aufgenommen. Ist Umgebungslicht

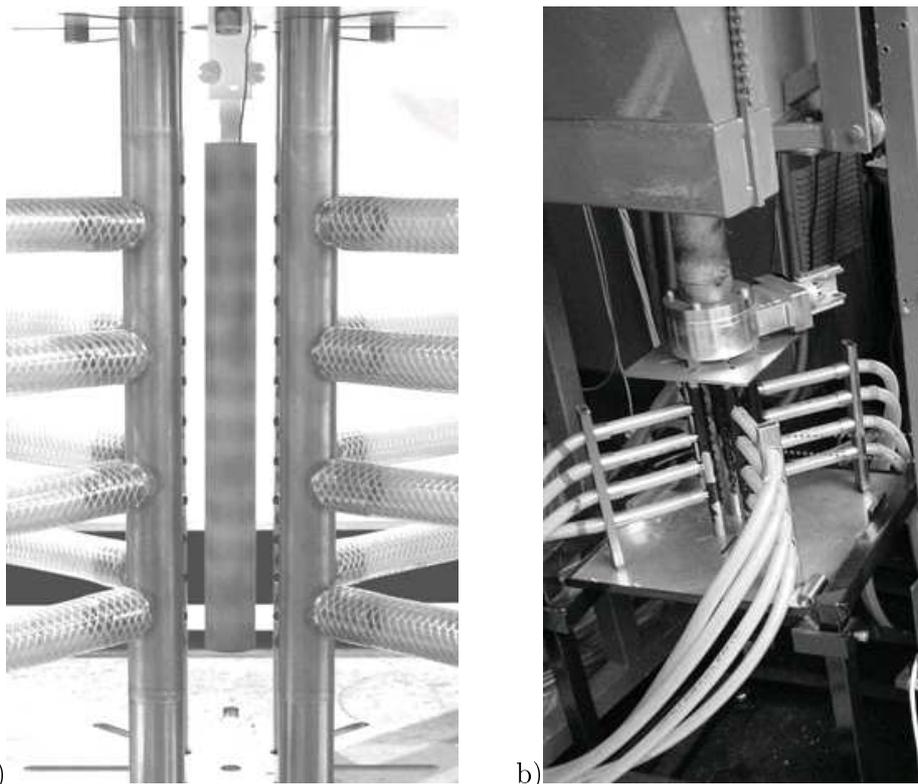


Abbildung 1: Die zu vermessende zylindrische Welle im Abschreckstand. (aus:[A103]).

vorhanden, so kann dies im Kamerabild zur Unterscheidung von der Messbeleuchtung unterdrückt werden, falls das Spektrum der Messbeleuchtung schmalbandig und von hoher Intensität (gegenüber dem Umgebungslicht) ist.² Techniken hierfür sind Ausfilterung der Messstrahlung mit einem Spektralfilter oder 'Überstrahlen' des Umgebungslichts durch eine intensivere Messstrahlung.

Das zu untersuchende Objekt ist in dieser Hinsicht problematisch, da es durch die Erhitzung glüht und somit in einem breiten Spektralbereich intensiv leuchtet, zudem vibriert das Objekt stark während des Abschreckvorgangs. Eine Messbeleuchtung, die vom emittierten Licht des glühenden Körpers separiert ausgewertet werden soll, muss die oben genannten Anforderungen sehr ausgeprägt erfüllen: sie sollte eine extrem schmale spektrale Bandbreite besitzen und zugleich mit hoher Intensität abstrahlen.

Die Forderung nach extrem geringer spektraler Bandbreite wird durch Verwendung eines Lasers als Beleuchtungsquelle optimal erfüllt. Um extrem kurze Pulse hoher Leistung zu erzeugen, kann ein gütegeschalteter ('q-switched') Festkörperlaser eingesetzt werden. Die kurze zeitliche Pulslänge ist auch förderlich bei schnellen Objektverformungen, da die gepulste Beleuchtung zu kurzen Belichtungszeiten bei der Aufnahme führt. Der Objektzustand wird 'eingefroren', so dass es im Bild nicht zu Verwischungen durch zeitliche Mittlung der Intensitäten verschiedener Zustände auf dem Sensor kommt. Bei dem im BIAS verfügbaren Puls laser handelt es sich um einen Nd:YAG - Laser *YM-R 800* der Firma *Innolas* mit einer minimalen Pulsdauer von 8 ns und einer maximalen Pulswiederhol frequenz von 10 Hz.

Punkt- oder linienhafte Messverfahren wie Triangulation oder Lichtschnitt³ müssen iterativ durchgeführt werden und können (bei Vermessung des gesamten Objekts) nur an unbewegten Objekten durchgeführt werden. Der Einsatz eines flächenhaften Messverfahrens scheint demnach angebracht.

Der seitens des BIAS verfolgte Ansatz besteht darin, die Einsetzbarkeit holografischer Verfahren zur Form- oder Verformungsmessung zu untersuchen, hierzu sind bereits seit 2001 Voruntersuchungen durchgeführt worden.

²Bei Umgebungs-/ Störlicht mit eng begrenzter spektraler Bandbreite wäre auch eine Beleuchtungsquelle geeignet, deren Strahlung ausserhalb des Spektrums des Umgebungslichts liegt.

³siehe [ST02]

1.2 Vorarbeiten in B3

Im Teilprojekt B3 wurden seitens des BIAS im Jahr 2003 Messungen in der beschriebenen Messumgebung durchgeführt (siehe Arbeitsbericht [A103]). Bei den Messungen wurden die Abkühldüsen so angesteuert, dass der Gasstrom eine Geschwindigkeit von 50 m/s erreichte. Laut Bericht ergaben sich deshalb keine Probleme bei der Auswertung der Messergebnisse durch aus dem glühenden Zustand hervorgerufenen Brechungsindexinhomogenitäten im Messfeld.

Als Messbeleuchtung wurde ein Einzelpuls des frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers verwendet, die Hologramme wurden mit der CCD-Kamera *Kodak ES 1.0* aufgenommen, die über eine Framegrabberkarte gesteuert wurde. Mit einem vor der Kamera aufgebauten Interferenzfilter (Bandpass bei $532 \text{ nm} \pm 10 \text{ nm}$) wurde die Wärmestrahlung des Objekts sowie das Umgebunglicht unterdrückt, so dass der CCD-Sensor lediglich der Messbeleuchtung ausgesetzt war.

Um Informationen über die Objektverformung zu erhalten, wurde das auf digital holografischer Interferometrie basierende Verfahren der Differenzphasenmessung (siehe Abschnitt 2.4.2) verwendet.

Hierfür wurde ein Ausschnitt von $5 \times 1 \text{ cm}^2$ des Objekts mit dem BIAS-Pulslaser beleuchtet; ein am Laser abgegriffenes Synchronsignal wurde an die Framegrabberkarte weitergeleitet, und so die Aufnahme ausgelöst.

Im Arbeitsbericht variieren die Angaben über den zeitlichen Abstand Δt bei der Hologrammaufnahme, zunächst wird eine Aufnahmefrequenz von 2 Hz ($\Delta t=500 \text{ ms}$) angegeben, an einer anderen Textstelle ist von mit 200 ms Zeitdifferenz aufgenommenen Hologrammen die Rede. Bei der anschliessenden Auswertung wurde aus jedem einzelnen Hologramm je eine Phasenverteilungskarte in der Objektebene rekonstruiert. Um die Phasenänderung in der Objektebene zu erhalten, wurden je zwei zeitlich benachbarte Phasenverteilungskarten voneinander subtrahiert. Die so erzeugten Differenzphasenkarten wurden demoduliert und anschliessend additiv zu einer Gesamtdifferenzphasenkarte zusammengefasst.

Die Aufnahme vieler zeitlich eng aufeinanderfolgender Hologramme war nötig, da sich die Mikrostruktur des Objekts und damit auch die in der Objektebene rekonstruierte Phase während des Abschreckprozesses schnell verändert. Eine schnelle Änderung der Phase führt bei einem zu großen zeitlichen Abstand Δt zwischen den Aufnahmen dazu, dass die Phasenkarten nicht mehr zueinander korrelieren und für eine Differenzphasenmessung unbrauchbar werden.

Wie in dem Bericht beschrieben wird, korrelierten Hologramme, die in einem zeitlichen Abstand von 200 ms aufgenommen wurden, noch ausreichend zueinander, so dass das Differenzphasenverfahren durchgeführt werden konnte.

Das Ergebnis einer Differenzphasenmessung ist immer nur eine Verformungskarte, zur Interpretation der Messergebnisse muss diese mit einem berechneten Geometriemodell der Grundform des Objektes überlagert werden. Die Dekorrelation der Mikrostruktur des Objekts ist ein weiteres Problem und erzwingt eine der Objektverformungsgeschwindigkeit angepasste Messfrequenz.

1.3 Zielsetzung dieser Diplomarbeit

Durch Einsatz von holografischen Contouring-Verfahren kann die Objektform direkt gemessen werden. Nach einer Messung der Objektform in verschiedenen Verformungszuständen kann durch Subtraktion der Formkarten auch eine Objektverformungskarte erstellt werden. Ein Vorteil dieser Methode besteht darin, dass die beiden Formmessungen in einem beliebigen zeitlichen Abstand Δt durchgeführt werden können, da keine Korrelation zwischen den beiden Objektzuständen bestehen muss.

Die in Kapitel 2.4.3 beschriebenen Contouring-Verfahren stellen unterschiedliche An-

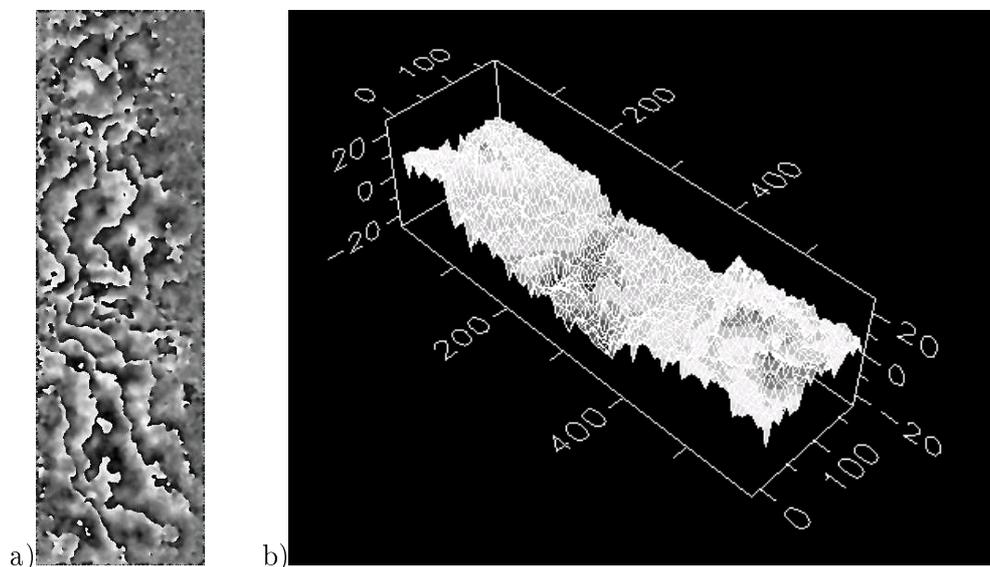


Abbildung 2: a) Differenzphasenkarte aus 2 Hologrammen,
b) Gesamtdifferenzphasenkarte. (beide aus: [A103]).

forderungen an den Messaufbau. Das üblicherweise zum Contouring verwendete 2- λ -Verfahren erfordert den Einsatz eines verstimmbaren Lasers, dessen Wellenlänge zwischen den Aufnahmen verändert wird. Dieser Vorgang erfordert jedoch einige Zeit, so dass dieses Verfahren zur Anwendung in der beschriebenen Messumgebung ungeeignet ist. Beim 2-Beleuchtungsrichtungen-Contouring (2-BR-Contouring) werden beide Aufnahmen mit Licht derselben Wellenlänge durchgeführt, so dass es prinzipiell zur Formvermessung an sich schnell verformenden Objekten geeignet ist.

Zielsetzung dieser Diplomarbeit war es, die Formerfassung mittels eines 2-BR-Contourings zu untersuchen. Hierzu zählt die Gestaltung und Umsetzung eines geeigneten Messaufbaus und die Durchführung und Auswertung des Contourings.

Theoretische Grundlagen

In Abschnitt 2.1 werden elementare theoretische Grundlagen zum Verständnis von Kohärenz und Beugung beschrieben. Die theoretische Darstellung bezieht sich auf [LK93], [Kr04] und [PP05]; die Abbildungen sind an [Kr04] angelehnt.

Ein kurze Beschreibung von Polarisationsphänomenen findet sich in Abschnitt 2.2, als Quellen wurden [He01] und [PP05] verwendet.

Abschnitt 2.3 gibt eine Einführung in die (digital-) holografische Aufnahme- und Wiedergabetechniken, die theoretischen Grundlagen hierfür wurden (unter geringfügiger Änderung der Nomenklatur) aus [Kr04] und [Se01] übernommen.

Techniken zur Form- und Veformungsmessung mittels digital-holografischer Interferometrie werden in Abschnitt 2.4 vorgestellt, Quellen hierfür sind [Se01] und [Kr04].

2.1 Kohärenz, Interferenz und Beugung

Licht¹ breitet sich im Raum als periodische Änderung der elektrischen und magnetischen Feldstärke aus, die als orthogonal aufeinander stehende, harmonische Transversalwellen beschrieben werden können. Da elektrische und magnetische Feldstärke aneinander gekoppelt sind, wird nur eine der beiden Komponenten betrachtet. Die elektrische Feldstärke E (orthogonal zur Ausbreitungsrichtung) eines Lichtwellenfeldes der Amplitude E_0 zu einem Zeitpunkt t lässt sich folgendermassen beschreiben:

$$E(z, t) = E_0 \cdot \sin(\phi) \tag{2.1}$$

mit der Phase ϕ , Kreiswellenzahl k und Kreisfrequenz ω

$$\phi = zk + t\omega \quad , \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad , \quad \omega = 2\pi f \tag{2.2}$$

¹ebenso wie elektromagnetische Strahlung ausserhalb des sichtbaren Bereichs

Die Grösse λ ist hierbei die Wellenlänge des Lichts, die dessen Farbe und Verhalten bei Wechselwirkung mit Materie (wellenlängenabhängige Transmissions-, Absorptionseigenschaften) bestimmt.

Bei dreidimensionalen Lichtwellen wird zwischen Kugel- und ebenen Wellen unterschieden. Ebene Wellen verlaufen ebenso wie eindimensionale Wellen in eine Richtung, ihre Wellenfronten (Orte gleicher Phase ϕ) sind jedoch auf eine Fläche ausgedehnt. Die Ausbreitungsrichtung wird durch den Wellenvektor \vec{k} festgelegt, der auf $2\pi/\lambda$ skaliert ist, zur Berechnung der Phase wird das Skalarprodukt aus \vec{k} und Richtungsvektor \vec{r} gebildet.

Die Kugelwelle breitet sich, von einem Senderpunkt ausgehend, in alle Richtungen aus. Ihre Amplitude verringert sich mit größer werdendem Abstand r zum Sendepunkt um $1/r$.

Kugelwelle $E_K(x, y, z)$ und ebene Welle $E_E(x, y, z)$ lassen sich für einen konstanten Zeitpunkt t in der komplexwertigen Eulerschen Darstellung beschreiben:

$$\underline{E}_K(x, y, z) = E_0 \cdot e^{i\phi_K} \quad , \quad \phi_K = k \cdot r \quad (2.3)$$

$$\underline{E}_E(x, y, z) = E_0 \cdot e^{i\phi_E} \quad , \quad \phi_E = \langle \vec{k}, \vec{r} \rangle \quad (2.4)$$

$$\text{mit} \quad \vec{k} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Hierbei gilt:

$$e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi \quad (2.6)$$

Die Schwingungsfrequenz f der Lichtwelle ist mit λ über die Lichtgeschwindigkeit c verknüpft:

$$f = c/\lambda \quad , \quad c \approx 2,99 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (2.7)$$

Für sichtbare elektromagnetische Strahlung sind Frequenzen von 400 bis 850 Terahertz charakteristisch. Herkömmliche Strahlungsdetektoren (Auge, Fotokamera, Photodiode etc.) sind jedoch zu träge um auf ein so hochfrequent wechselndes elektrisches Feld zu reagieren, so dass nicht die Phase ϕ , sondern nur der durch die Detektorfläche tretende Energiefluß der Welle gemessen werden kann. Dieser hat die Einheit Watt / m^2 und wird als die Intensität I der Welle bezeichnet. Die Intensität ist proportional zum Betrags-

quadrat der Feldstärke:

$$I \sim |\underline{E}|^2 \quad (2.8)$$

Vollkommen monofrequentes und damit auch monochromatisches (=einfarbiges) Licht ist jedoch eine Modellvorstellung. Natürliches und auch künstlich erzeugtes Licht hat immer eine gewisse Frequenzbandbreite Δf , es besteht aus einer Zusammensetzung verschiedener Frequenzanteile, dem Spektrum.

Die Frequenzbandbreite Δf einer Lichtwelle hängt von der mittleren zeitlichen Dauer t_c eines Wellenzugs bei der Erzeugung ab. Aus der Heisenbergschen Unschärferelation lässt sich folgender Zusammenhang zwischen Δf und t_c herleiten (siehe [PP05]):

$$\Delta f \approx 1/t_c \quad (2.9)$$

Die Erzeugung einer monofrequenten Lichtwelle setzt demnach eine unendlich lange Anregungsdauer voraus. Die mittlere Dauer t_c eines Wellenzugs wird auch zeitliche Kohärenzlänge genannt, die räumliche Kohärenzlänge l_c ergibt sich aus t_c und der Lichtgeschwindigkeit c .

$$l_c = t_c \cdot c = \frac{\lambda^2 \Delta f}{c} \quad (2.10)$$

Durch t_c und l_c ist der zeitliche bzw. räumliche Abstand gegeben, in dem eine Lichtwelle mit sich selbst kohärent (interferenzfähig) ist, d.h. durch Überlagerung Interferenzmuster mit hohem Kontrast erzeugbar sind. Für die kohärente Überlagerung zweier Wellenfelder gilt:

$$|\underline{E}_1 + \underline{E}_2|^2 = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(\Delta\phi) \quad (2.11)$$

Wie man sieht, spielt bei der kohärenten Überlagerung die Phasendifferenz $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ eine Rolle, der letzte Additionsterm in Gleichung 2.11 wird daher Interferenzterm genannt. Bei der inkohärenten Überlagerung tritt keine Interferenz auf, die Intensitäten der beiden Wellen werden addiert:

$$|\underline{E}_1 + \underline{E}_2|^2 = I_1 + I_2 \quad (2.12)$$

Wird ein Wellenfeld mit sich selbst (in Ausbreitungsrichtung verschoben) überlagert, so sinkt der Kontrast des Interferenzmusters aufgrund der endlichen Frequenzbandbreite Δf des Wellenfelds mit dem Abstand.

Vollständig kohärente und inkohärente Überlagerungen sind Extremfälle, die in der Praxis nicht auftreten, zwei Lichtwellen sind zueinander immer teilkohärent. Die Interferenzfähigkeit eines Wellenfelds mit sich selbst im zeitlichen Abstand t wird durch den Kohärenzgrad $\Gamma(t)$ beschrieben², dieser kann theoretisch Werte von 0 (vollständige Inkohärenz) bis 1 (vollständige Kohärenz) annehmen. Näherungsweise definieren t_c und l_c jedoch die Grenzen zur Fallunterscheidung; per Definition ist $\Gamma(t_c)=1/e$.

Das aus der Interferenz zweier Wellen resultierende Interferenzmuster ist, wie in Gleichung 2.11 gezeigt, von der Phasendifferenz $\Delta\phi$ abhängig. Wird aufgrund des Interferenzmusters auf die Phasendifferenz und hieraus auf den Abstand zwischen zwei Wellenfronten geschlossen, so wird von einer interferometrischen Messung gesprochen.

Ein Standard-Interferometeraufbau ist in Abb. 3 dargestellt, hierbei handelt es sich um ein Michelson-Interferometer. Der Aufbau besteht aus einem Laser, einem Strahlteiler ST , zwei Spiegeln S_1 und S_2 , sowie einem Detektor. Ein vom Laser emittierter Strahl wird durch ST in zwei Strahlen aufgeteilt. Die beiden Teilstrahlen werden von dem festen Spiegel S_1 sowie von dem in Strahlrichtung verschiebbaren Spiegel S_2 reflektiert und gelangen über den Strahlteiler auf den Detektor. Wird S_2 verschoben, so ändert sich die Phasendifferenz $\Delta\phi$ zwischen den beiden Teilstrahlen, und damit das Interferenzmuster, bei diesem Aufbau (nicht aufgeweitete Strahlen) die Intensität des Punktes auf dem Detektor.

Der Detektor registriert bei Verschiebung um ganzzahlige Vielfache der halben Wellen-

² $\Gamma(t)$ ist normierter Autokorrelationskoeffizient von $E(z,t)$, siehe [Kr04], Abschnitt 2.3)

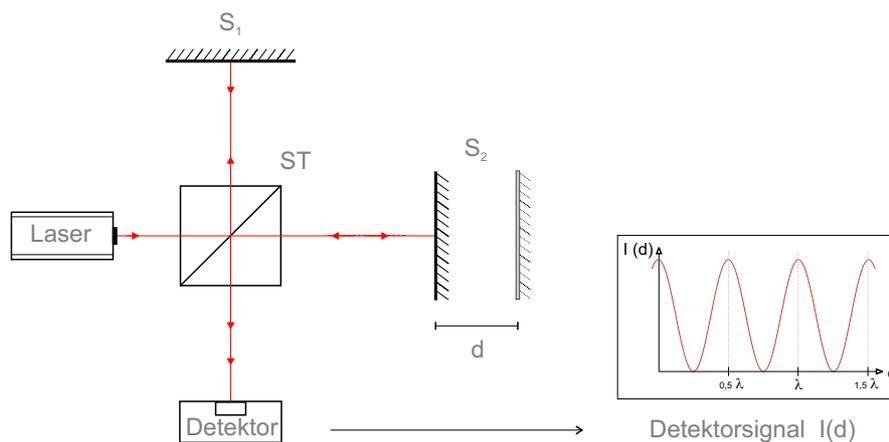


Abbildung 3: Michelson-Interferometer.

länge (also auch bei $d=0$) maximale Intensität bei

$$\Delta\phi = n \cdot \pi \quad \text{bzw.} \quad d = n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad n \in \mathbb{Z} \quad (2.13)$$

und minimale Intensität bei

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{2} + n \cdot \pi \quad \text{bzw.} \quad d = \frac{\lambda}{4} + n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad n \in \mathbb{Z} \quad (2.14)$$

Dies gilt allerdings nur für einen unendlich dünnen Strahl, bei der Messung wird entweder ein Laserstrahl mit geringem Durchmesser verwendet oder die Intensität nur in der Mitte des Ausgangsstrahls gemessen. Bei der Interferenz zweier Lichtstrahlen mit endlichem Durchmesser treten kompliziertere Muster auf, wenn deren Phasendifferenz über den Strahlquerschnitt variiert; dies ist der Fall, wenn die Wellenfronten der beiden Strahlen nicht die gleiche Form aufweisen, oder sich diese nicht parallel zueinander ausbreiten. Die lokale Intensität $I(x, y)$ ergibt sich dann aus lokaler Phasendifferenz $\Delta\phi(x, y)$ und Einzelintensitäten $I_1(x, y)$ und $I_2(x, y)$, analog zu Gleichung 2.11.

Nach C. Huygens³ kann jeder Punkt einer Wellenfront als Ausgangspunkt einer sogenannten Elementarwelle betrachtet werden; diese spärlichen Wellen haben die gleiche Frequenz wie die ursprüngliche Welle. Durch Überlagerung der Elementarwellen, für die die gleichen physikalischen Gesetze gelten wie für herkömmliche Wellen, bildet sich die neue Wellenfront. Breitet sich beispielsweise eine ebene Wellenfront im Vakuum oder in homogenen Medien aus, so tritt dieser Aspekt nicht hervor und die Welle breitet sich geradlinig entlang des Wellenvektors \vec{k} aus, da die Elementarwellen wieder zu einer ebenen Wellenfront interferieren. Wird die Wellenfront durch eine Blende beschnitten, fallen einige Abschnitte der Wellenfront und damit der Einfluss der von dort ausgehenden Elementarwellen weg. Durch die Interferenz der verbliebenen Elementarwellen ergibt sich eine nicht geradlinige Ausbreitung.

Dieses Phänomen wird Beugung genannt und tritt überall auf, wo eine Lichtwelle ein beugendes Amplitudenobjekt oder Phasenobjekt durchläuft. Beugende Amplitudenobjekte weisen eine inhomogene Verteilung des Transmissionsgrads (Extremfall: Beschneidung durch eine Apertur) auf, Phasenobjekte eine inhomogene Brechungsindexverteilung.

Eine Lösung zur Bestimmung des Beugungsmusters unter Einbeziehung des Huygens'schen Ansatzes wurde von A. Fresnel entwickelt. Hierbei wird von einer Punktquelle P_1 aus-

³siehe [PP05] Kapitel 3.1

gegangen, die Kugelwellen emittiert. Diese werden von einem flächigen Amplitudenobjekt (Blende A in Abbildung 4) gebeugt. Von jedem Flächenelement dA innerhalb der Blendenöffnung A geht nun eine Elementarwelle aus. Durch Integration der Elementarwellen unter Berücksichtigung ihrer Laufzeit ergibt sich die resultierende Feldstärke \underline{E}_2 am Punkt P_2 .

Auf der Basis dieses von Fresnel entwickelten Modells wurde von G. Kirchhoff eine mathematische Lösung entwickelt, die als Fresnel-Kirchhoff-Gleichung bekannt ist:

$$\underline{E}_2(P_2) = \frac{\mathbf{i} \cdot \underline{E}_0}{\lambda} \cdot \iint_A \frac{e^{-ik(r_1+r_2)}}{r_1 r_2} R(\theta_1, \theta_2) dA \quad (2.15)$$

$$R(\theta_1, \theta_2) = \frac{\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2)}{2} \quad (2.16)$$

Hierbei ist $R(\theta_1, \theta_2)$ ein Richtungsfaktor, der den Intensitätsabfall bei schräg einfallender Welle miteinbezieht und entgegen der Ausbreitungsrichtung verlaufende Wellen unterdrückt; beim Huygens'schen Modell wurden nur rücklaufende Elementarwellen ausgeschlossen.

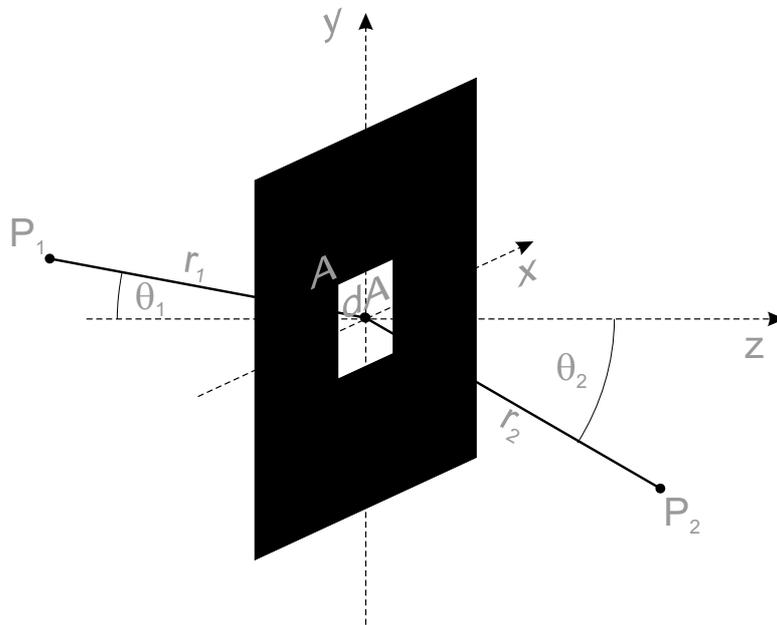


Abbildung 4: Beugung an einer Blende

Ein Fall von besonderer Bedeutung für die Holografie (siehe Abschnitt 2.3) ist die Beugung einer ebenen Welle an einem flächigen Amplituden- oder Phasenobjekt. Abbildung 5 zeigt die orthogonal zur Ausbreitungsrichtung liegenden Ebenen A_1 (aufgespannt durch (x, y)) und A_2 ((x', y')). Die ebene Welle mit Feldstärke \underline{E}_1 und der Amplitude E_0 breitet sich von links in Richtung z aus, und wird von dem in A_1 liegenden Objekt gebeugt.

Die Feldstärke \underline{E}_2 in Punkt P_2 kann mit dem Fresnel-Kirchhoff-Integral berechnet werden:

$$\underline{E}_2(x', y', z) = \frac{\mathbf{i}E_0}{\lambda} \cdot \iint_{A_1} \tau(x, y) \frac{e^{-\mathbf{i}kR}}{R} \left(\frac{1 + \cos(\theta)}{2} \right) dx dy, \quad (2.17)$$

$$\text{mit } R = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z)^2} \quad (2.18)$$

Die ortsabhängige Transmissivität und das Phasenverhalten (Brechungsindexvariation) des Objekts wird durch die Transmissionsfunktion $\tau(x, y)$ repräsentiert, deren Betrag in einem Wertebereich von $[0..1]$ liegt. Die Funktion ist reellwertig für Amplitudenobjekte, die über die gesamte Fläche ein einheitliches Phasenverhalten besitzen. Solche Objekte sind beispielsweise Blenden, deren Transmissionsfunktion die Werte 0 (Blendenfläche, keine Transmission) und 1 (Loch, volle Transmission) annehmen kann, oder entwickelte dünne Hologramme bei dem $\tau(x, y)$ je nach Schwärzungsgrad Werte zwischen 0 und 1 ergibt. Per Definition ist $\tau(x, y) = 0$ für (x, y) ausserhalb der Blendenfläche, so dass

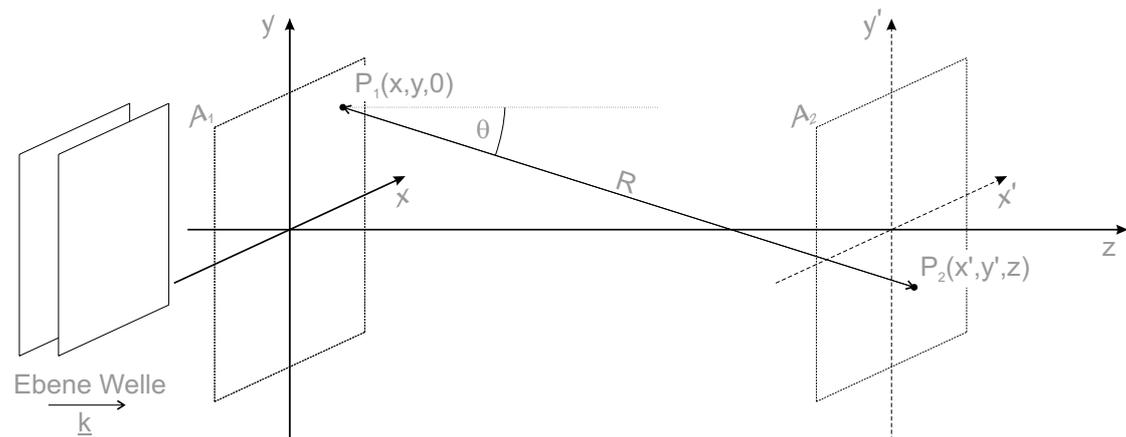


Abbildung 5: Beugung einer ebenen Welle an einem flächigen Amplitudenobjekt A_1

eine Integration in den Grenzen $(-\infty, \infty)$ gleichwertig ist mit einer Integration über die Fläche A_1 der Apertur.

Das Fresnel-Kirchhoff-Integral gilt strenggenommen nur für beugende Öffnungen, die gross gegenüber der Wellenlänge sind. Durch die skalare Betrachtung wird zudem die Polarisierung der Welle vernachlässigt, die bei extrem kleinen metallischen Blendenöffnungen einen Einfluss auf das Beugungsmuster hat. Physikalisch genaue Lösungen sind nur für einige Spezialfälle bekannt, für die meisten Problemstellungen ist der Fresnel-Kirchhoff'sche Ansatz jedoch hinreichend genau.

Für die Berechnung des Beugungsmusters in einer Detektorebene kann das Fresnel-Kirchhoff-Integral für bestimmte Bedingungen angenähert werden. Für die Wahl der rechnerischen Näherung ist das Verhältnis der Fläche A der beugenden Öffnung zum Abstand z zwischen Beobachtungsebene und beugendem Objekt, sowie der Wellenlänge λ ausschlaggebend, aus diesen Parametern ergibt sich die sogenannte Fresnelzahl N_F .

$$N_F = \frac{A}{\lambda z} \quad (2.19)$$

Die Fresnelzahl gibt Aufschluss über die Durchbiegung der Wellenfronten der vom beugenden Objekt ausgehenden Elementarwellen in der Detektorebene. Hohe Werte für N_F repräsentieren hierbei starke Durchbiegungen (Nahfeldnäherung), während bei niedrigen Werten für N_F von ebenen Wellenfronten ausgegangen wird (Fernfeldnäherung). Da sich die Form des Beugungsmusters vom Schattenbild unmittelbar hinter der Blende bis zu einem dem Objekt nicht mehr ähnelnden Beugungsmuster im Fernfeld entwickelt, kann N_F auch als ein Maß für die Veränderung des Beugungsmusters gesehen werden.

Zur Bestimmung des Beugungsmusters werden zwei verschiedene Näherungen in Abhängigkeit von N_F verwendet, die Fresnel-Näherung zur Berechnung des Nahfelds und die Fraunhofer-Näherung zur Berechnung des Fernfelds. Tabelle 1 zeigt die bei verschiedenen Wertebereichen von N_F verwendeten Näherungen.

<i>Fresnel-Zahl</i>			<i>Näherung</i>
	N_F	$< 10^2$	geom. Optik
10^{-2}	$< N_F$	$< 10^2$	Fresnel
10^{-2}	$< N_F$		Fraunhofer

Tabelle 1: Wahl der mathematische Näherung in Abhängigkeit von N_F (aus:[PP05])

Diese Näherungen beziehen sich auf die Wellenfrontformen in der Detektorebene. Für die Fresnel-Näherung wird der Radialterm (Gleichung 2.18) aus dem Argument der Exponentialfunktion des Fresnel-Kirchhoff-Integrals durch die ersten Glieder seiner Taylorreihenentwicklung angenähert; der Radialterm im Nenner wird durch z genähert.

$$R = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z)^2} \approx z + \frac{(x' - x)^2}{2z} + \frac{(y' - y)^2}{2z} \quad (2.20)$$

$$R \approx z \quad \text{für } z \gg x, y \quad (2.21)$$

Zudem wird noch eine Paraxialnäherung vorgenommen, unter Annahme kleiner Winkel wird der Richtungsterm in Gleichung 2.17 durch den Wert 1 ersetzt

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \cos(\theta) = 1 \quad \implies \quad \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 + \cos(\theta)}{2} = 1 \quad (2.22)$$

Durch Einfügen dieser Näherungen in Gleichung 2.17 ergibt sich für die Fresnel-Näherung des Beugungsintegrals ⁴:

$$\underline{E}_2(x', y', z) = \frac{\mathbf{i}E_0 \cdot e^{-\mathbf{i}kz}}{\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tau(x, y) \cdot e^{-\frac{\mathbf{i}\pi}{\lambda z} [(x' - x)^2 + (y' - y)^2]} dx dy \quad (2.23)$$

Durch Eliminierung des vor dem Integral stehenden, von x' und y' unabhängigen Phasenoffsets ($e^{-\mathbf{i}kz} = e^{-\mathbf{i}\frac{2\pi}{\lambda}z}$) und Ausmultiplizieren und Umstellung des Arguments der im Integral stehenden Exponentialfunktion kann die Fresnel-Näherung folgendermaßen dargestellt werden:

$$\underline{E}_2(x', y', z) = \frac{\mathbf{i}E_0}{\lambda z} \cdot e^{-\frac{\mathbf{i}\pi}{\lambda z}(x'^2 + y'^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tau(x, y) \cdot e^{-\frac{\mathbf{i}\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)} \cdot e^{\frac{\mathbf{i}2\pi}{\lambda z}(x'x + y'y)} dx dy \quad (2.24)$$

In dieser Schreibweise fällt die Ähnlichkeit mit der inversen zweidimensionalen Fouriertransformation⁵ auf

$$\mathcal{F}^{-1}(f(x, y)) = \underline{\mathbf{F}}(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot e^{\mathbf{i}2\pi(ux + vy)} dx dy \quad (2.25)$$

⁴in verallgemeinerter Integraldarstellung

⁵siehe [Br00]

Die Fresnel-Näherung kann also, bis auf den sphärischen Phasenfaktor vor dem Integral, als Fouriertransformation der Transmissionsfunktion $\tau(x, y)$ multipliziert mit dem Phasenfaktor ($e^{-\frac{i\pi}{\lambda z}(x^2+y^2)}$), betrachtet werden; im folgenden wird sie deshalb als *Fresneltransformation* bezeichnet.

Zur Fernfeld-Näherung des Fresnel-Kirchhoff'schen Beugungsintegrals können die zur Entwicklung der Fresneltransformation verwendeten Näherungen (Gleichungen 2.20-2.22) übernommen werden. Zusätzlich wird wegen der Beobachtung im Fernfeld ($z \rightarrow \infty$) die Näherung

$$\lim_{z \rightarrow \infty} e^{-\frac{i\pi}{\lambda z}(x^2+y^2)} = 1 \quad (2.26)$$

angewandt. Hiermit ergibt sich für die Fernfeld- oder Fraunhofernäherung:

$$\underline{E}_2(x', y', z) = \frac{\mathbf{i}E_0}{\lambda z} \cdot e^{-\frac{i\pi}{\lambda z}(x'^2+y'^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tau(x, y) \cdot e^{\frac{i2\pi}{\lambda z}(x'x+y'y)} dx dy \quad (2.27)$$

Das Beugungsbild eines Amplitudenobjektes nähert sich demnach mit steigendem Betrachtungsabstand seiner inversen Fouriertransformierten (wellenlängengewichtet und mit radialsymmetrischen Phasenterm multipliziert) an.

Die Fernfeldbedingung kann auch durch Einsatz einer sphärischen Positivlinse erfüllt werden⁶. Das Amplitudenobjekt wird hierbei in der objektseitigen Fokusebene der Linse angebracht, welche das Objekt nach $z = \infty$ abbildet; die Beobachtung kann also in einer Ebene im beliebigem Abstand hinter der Linse geschehen.

⁶siehe [Kr04] Kapitel 2.4.3

2.2 Polarisation

Ein in Kapitel 2.1 unbehandelter Effekt ist der Polarisationszustand des Lichts.

Wie beschrieben breitet sich Licht als eine Transversalwelle aus, die Feldvektoren \vec{E} und \vec{B} der elektrischen und magnetischen Feldstärke schwingen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. \vec{E} und \vec{B} sind aneinander gekoppelt und stehen orthogonal aufeinander, im folgenden wird deshalb nur \vec{E} betrachtet.

Eine gewöhnliche Lichtquelle besteht aus vielen atomaren Strahlern mit statistischer Ausrichtung. Das von der Lichtquelle emittierte Licht setzt sich aus der Summe der Emissionen dieser Strahler zusammen, so dass eine Gleichverteilung orthogonaler zur Ausbreitungsrichtung schwingender Vektoren vorliegt. Solches Licht wird als unpolarisiertes Licht bezeichnet.

Eine lineare Polarisierung einer Lichtquelle liegt vor, wenn der \vec{E} -Vektor nur in einer festgelegten Raumrichtung schwingt.⁷ Gewöhnlich ist Licht immer teilpolarisiert, der Anteil des polarisierten Lichts definiert den Polarisationsgrad des Lichts. Linear polarisiertes Licht kann (unabhängig vom Kohärenzgrad des Lichts) durch das Filtern von unpolarisiertem Licht mit einem Linearpolarisationsfilter erzeugt werden. Ein solcher Filter lässt eine Komponente des \vec{E} -Vektors des unpolarisierten Licht durch, die entlang einer Raumrichtung schwingt und absorbiert die Komponente, die orthogonal zu dieser und zur Ausbreitungsrichtung schwingt. Wird Licht, welches einen Linearpolarisationsfilter durchlaufen hat, auf einen Linearpolarisationsfilter geworfen, der um die Achse der Ausbreitungsrichtung gedreht ist, so absorbiert dieser einen Anteil des Lichts, der abhängig vom Drehwinkel ist. Bei einem Drehwinkel von 90° wird das Licht fast⁸ vollständig absorbiert, in diesem Zusammenhang werden zwei hintereinander aufgestellte Linearpolarisator oft auch als Polarisator und Analysator bezeichnet.

Die Aufteilung von Licht in zwei orthogonal zueinander linear polarisierte Anteile geschieht durch Reflexion der Lichtwelle an einem Übergang von Medium M_1 zu M_2 , wenn das Licht im sogenannten Brewster-Winkel ρ_B einfällt. Dieser ergibt sich aus den Brechungsindices n_1 und n_2 von M_1 und M_2 :

$$\rho_B = \arctan\left(\frac{n_1}{n_2}\right) \quad (2.28)$$

⁷Ein weiterer Polarisationszustand ist die elliptische Polarisation, \vec{E} bewegt sich hierbei schraubenförmig in Ausbreitungsrichtung. Näheres siehe [PP05], [He01].

⁸Absorptions- und damit Polarisationsgrad ist abhängig vom verwendeten Filter, meistens über 90%.

Eine Glasplatte, bei der eine Teilung der Komponenten nach diesem Prinzip geschieht, wird auch Brewster-Fenster genannt. Die meisten Laser haben ein Brewster-Fenster im Resonator eingebaut, um eine effiziente Polarisation des Laserstrahls zu erzielen.

Eine Teilung in linear polarisierte Anteile kann ebenfalls durch einen Polarisations-Strahlteiler-würfel (auch Dünnschicht-Polarisator genannt) realisiert werden. Dieser besteht aus zwei zu einem Würfel zusammengekitteten Prismen. Die dielektrische Teilerschicht, auf die der Strahl in einem Winkel von 45° einfällt, besitzt eine sehr hohe Reflektivität für die parallel zur Einfallsebene schwingende Komponente, die andere Komponente wird transmittiert.

Der Polarisationszustand des Lichts bleibt bei Reflexion an metallischen Oberflächen erhalten; bei Streuung an nichtmetallischen Oberflächen wird die Polarisationsrichtung von den beteiligten Teilflächen statistisch verdreht, so dass das gestreute Licht unabhängig vom Eingangszustand unpolarisiert ist.

2.3 Prinzipien der Holografie

Wie im vorherigen Abschnitt dargelegt, wird eine Lichtwelle durch ihre Amplitude und Phase beschrieben, Strahlungsdetektoren messen hingegen nur die Intensität I der Welle. Da die Betragsbildung nicht eindeutig reversibel ist, kann aus der Intensität der Welle nicht auf deren Phase geschlossen werden; dieser Informationsanteil geht bei der Betragsbildung verloren.

Der Vorteil der holografischen Aufnahmetechnik liegt darin, dass im Hologramm die komplette Information über ein Wellenfeld, also Intensität und Phase, gespeichert wird. Erste Ansätze zur Erstellung eines Hologramms wurden von Dennis Gabor 1948 publiziert [Ga48], aber erst mit der Erfindung des Lasers 1960 durch T. Maiman stand eine zeitlich und räumlich ausreichend kohärente Lichtquelle zur Verfügung, mit der die Holografie praktikabel wurde.

Grundprinzip der holografischen Aufnahme ist die Überlagerung eines zu untersuchenden Objektwellenfeldes \underline{E}_{obj} mit einem dazu kohärenten zweiten Wellenfeld \underline{E}_{ref} , dem sogenannten Referenzwellenfeld, und die Aufnahme des dabei entstehenden Interferenzmusters mit einer Platte, auf der eine fotosensible Schicht aufgetragen ist. Die entwickelte Fotoplatte wird als Hologramm bezeichnet.

Zur holografischen Aufnahme eines Objekts wird dieses mit einem aufgeweiteten Laserstrahl beleuchtet und die vom Objekt gestreute Welle mit der Referenzwelle überlagert. Zur Erzeugung der beiden zueinander kohärenten Wellenfelder \underline{E}_{obj} und \underline{E}_{ref} wird das (z.B. durch einen Strahlteiler aufgeteilte) Licht eines einzelnen Lasers verwendet.

Ein einfacher Holografieaufbau ist in Abbildung 6 dargestellt. Das vom Laser kommende Licht wird vom Strahlteiler ST in Referenz- und Objektwelle aufgeteilt. Mit der von der Zerstreuungslinse L_1 aufgeweiteten Objektwelle \underline{E}_{obj} wird das Objekt beleuchtet, durch Streuung von \underline{E}_{obj} wird die Hologrammplatte beleuchtet. Die über SP_1 und SP_2 umgeleitete und von L_2 aufgeweitete Referenzwelle \underline{E}_{ref} beleuchtet die Hologrammplatte direkt und überlagert sich dort mit der vom Objekt gestreuten Objektwelle.

Die Aufweitung von \underline{E}_{obj} und \underline{E}_{ref} wird durchgeführt, um Objekt bzw. Hologrammplatte flächendeckend bestrahlen zu können. Die Objektwelle lässt sich als Integral über alle vom Objekt ausgehenden Huygensschen Elementarwellen darstellen. Betrachtet man eine dieser Elementarwellen und die aufgeweitete Referenzwelle, so können diese als sphärische

Wellen beschrieben werden⁹:

$$\underline{E}_{obj} = \int_{\text{Objektfläche}} \frac{E_{0,ow}}{r_1} \cdot e^{i\phi_{ow}} da \quad , \quad \underline{E}_{ref} = \frac{E_{0,rw}}{r_2} \cdot e^{i\phi_{rw}} \quad (2.29)$$

$$\text{mit} \quad \phi_{ow} = kr_{ow} \quad , \quad \phi_{rw} = kr_{rw} \quad (2.30)$$

Hierbei sind $E_{0,ow}$ und $E_{0,rw}$ die Amplituden von Objektwelle in der Objektebene bzw. der Referenzwelle vor der Aufweitung, ϕ_{ow} und ϕ_{rw} deren Phasen in der Hologrammebene, und r_{ow} und r_{rw} die Abstände von Objekt zu Hologrammebene bzw. vom Quellpunkt der Referenzwelle zur Hologrammebene. Während des Aufnahmeprozesses wird die Fotoplatte mit dem sich aus der kohärenten Überlagerung von \underline{E}_{obj} und \underline{E}_{ref} ergebenden Intensitätsmuster $H(x', y')$ bestrahlt. Die Intensitätsverteilung $H(x', y')$ in der Detektorebene ergibt sich gemäss Gleichung 2.11 aus der Phasendifferenzverteilung $\Delta\phi = \phi_{ow} - \phi_{rw}$ zwischen Objekt- und Referenzwelle:

$$\begin{aligned} H(x', y') &= |\underline{E}_{obj} + \underline{E}_{ref}|^2 \\ &= \underline{E}_{obj}\underline{E}_{obj}^* + \underline{E}_{ref}\underline{E}_{ref}^* + \underline{E}_{obj}^*\underline{E}_{ref} + \underline{E}_{obj}\underline{E}_{ref}^* \\ &= 2\sqrt{E_{0,ow}E_{0,rw}} \cdot \cos(\phi_{ow} - \phi_{rw}) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Die entwickelte Fotoplatte ist Träger des Hologramms, ein Dianegativ auf dem die Intensitätsverteilung des Interferenzmusters als Schwärzungsverteilung gespeichert ist. Diese

⁹Da alle Wellen im gleichen Koordinatensystem existieren, wird die Parameterliste (x, y, z) nicht angehängt.

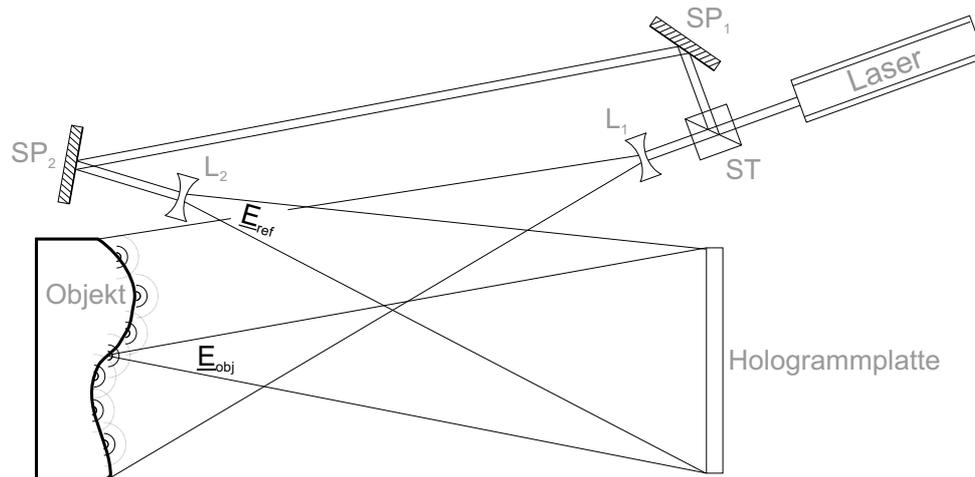


Abbildung 6: Einfacher Aufbau zur holog. Aufnahme eines Objektes (aus [Kr04]).

Schwärzung entspricht dem Transmissionsgrad $\tau(x, y)$ aus Gleichungen 2.18 und 2.23. Bei geeigneter Wahl der Belichtungszeit verhält sich die Schwärzung auf der entwickelten Fotoplatte linear zur Intensitätsverteilung des Interferenzmusters von \underline{E}_{obj} und \underline{E}_{ref} (siehe [Kr04]).

$$\tau = a + b \cdot t_B \cdot |\underline{E}_{obj} + \underline{E}_{ref}|^2 \quad (2.32)$$

Hierbei ist a der Transmissionsgrad einer unbelichteten Fotoplatte, b die Empfindlichkeit der fotosensiblen Schicht und t_B die Belichtungszeit des Hologramms. Der Auslesevorgang besteht darin, das Hologramm mit einer Rekonstruktionswelle zu beleuchten, die aus der gleichen Quelle wie \underline{E}_{ref} kommt (gleiche Ausrichtung, Divergenzwinkel und Wellenlänge) und deshalb im folgenden ebenfalls mit \underline{E}_{ref} bezeichnet wird; dieser Auslesevorgang wird Rekonstruktion genannt. Das Hologramm wirkt als diffraktives (beugendes) Element und erzeugt in kurzem Abstand hinter der Fotoplatte das Wellenfeld \underline{E}_{rek} :

$$\begin{aligned} \underline{E}_{rek} &= \tau \cdot \underline{E}_{ref} \\ &= a\underline{E}_{ref} - bt_B \underline{E}_{ref} \cdot (\underline{E}_{obj} \underline{E}_{obj}^* + \underline{E}_{ref} \underline{E}_{ref}^* + \underline{E}_{obj}^* \underline{E}_{ref} + \underline{E}_{obj} \underline{E}_{ref}^*) \quad (2.33) \\ &= \tau_M \underline{E}_{ref} - VI - RI \end{aligned}$$

$$\tau_M = a - bt_B (|\underline{E}_{ref}|^2 + |\underline{E}_{obj}|^2) \quad (2.34)$$

$$VI = -bt_B |\underline{E}_{ref}|^2 \underline{E}_{obj} \quad (2.35)$$

$$RI = -bt_B \underline{E}_{ref}^2 \underline{E}_{obj}^* \quad (2.36)$$

Wie in Gleichung 2.33 ersichtlich wird, kann \underline{E}_{rek} in drei Anteile aufgeteilt werden, $\tau_M \underline{E}_{ref}$, VI und RI . Der erste Term $\tau_M \underline{E}_{ref}$ repräsentiert die Referenzwelle, deren Amplitude durch die mittlere Transmissivität τ_M skaliert wird. Dieser Term entspricht der nullten Beugungsordnung und enthält keine Information über das holografizierte Objekt. Der zweite Term VI erzeugt ein virtuelles Bild des Objektes, dieses kann während des Rekonstruktionsvorgangs von einem (wegen $\tau_M \underline{E}_{ref}$) schräg durch das Hologramm blickenden Beobachter wahrgenommen werden. Das virtuelle Bild vermittelt dem Beobachter den selben visuellen Eindruck wie das Objekt selbst, da die rekonstruierte Objektwelle (bei Verwendung der gleicher Welle \underline{E}_{ref} für Aufnahme und Wiedergabe) bis auf den Skalierungsfaktor $-bt_B |\underline{E}_{ref}|^2$ mit der ursprünglichen Objektwelle identisch ist. Die durch den dritten Term RI beschriebene Welle erzeugt ein reelles Bild des Objekts hinter der Hologrammplatte, da deren Wellenfront im Gegensatz zu VI und $\tau_M \underline{E}_{ref}$ kon-

vergiert. Das reelle Bild ist phasenkonjugiert, was bedeutet dass bei einem in z-Richtung ausgedehnten Objekt die Schärfenebenen vertauscht sind.

2.3.1 Digitale Holografie

Der Begriff der *digitalen Holografie* wird oft auch im Zusammenhang mit der Erzeugung computergenerierter Hologramme verwendet, in dieser Arbeit wird damit ausschliesslich die Kombination aus Aufnahme mit digitalem Sensor und rechnerischer Rekonstruktion mittels eines Computers bezeichnet.

Bei der digitalen Holografie wird als Aufnahmemedium ein digitaler Sensorchip, ein CCD- oder CMOS-Sensor verwendet. Der Sensor befindet sich in der Hologrammebene, an der gleichen Stelle wie die Fotoplatte bei der analogen Holografie; der restliche Aufbau verändert sich im wesentlichen nicht. Das Hologramm wird vom Sensor aufgenommen und an einen Computer weitergeleitet, die Rekonstruktion erfolgt rechnerisch statt durch Beleuchtung mit einer Rekonstruktionswelle (siehe [Sc94]).

Ein Vorteil der digitalen gegenüber der herkömmlichen Holografie ist die Möglichkeit der direkten Verarbeitung des aufgenommenen Hologramms. Der Sensor liefert das Hologramm unmittelbar nach der Aufnahme, während eine photosensible Hologrammplatte erst die chemischen Prozesse des Entwickelns und Fixierens durchläuft, bevor es mit einer Rekonstruktionswelle ausgelesen wird.

Da die Intensitäts- oder Phasenrekonstruktion bei der digitalen Holografie aus dem Hologramm rechnerisch im Computer durchgeführt wird, liegen die rekonstruierten Bilder ebenfalls in digitaler Form vor und können direkt weiterverarbeitet werden. Bei analog erzeugten Hologrammen wird das entwickelte Hologramm entweder eingescannt, oder das mittels Rekonstruktionswelle rekonstruierte Bild des Objekts wird mit einer (Digital)-Kamera aufgenommen.

Etwas weniger offensichtlich sind die Nachteile der digitalen Aufnahmetechnik, die mit der begrenzten Auflösung in der Hologrammebene sowie mit der Größe des photosensiblen Chips zusammenhängen. Die hierfür maßgeblichen räumlichen Abstände und Winkel werden anhand Abb. 7 gezeigt; die Darstellung ist jedoch auf gute Erkennbarkeit skaliert und auf keinen Fall maßstäblich.

2.3.1.1 Aufnahme

Hologrammfilme, die bei der analogen Aufnahme eingesetzt werden, haben eine sehr

feine Körnung, die noch wesentlich höher ist als von handelsüblichen Filmen für die Fotografie; ein typischer Hologrammfilm kann zum Aufnehmen von Intensitätsverteilungen mit einer Ortsfrequenz von bis zu 5000 Linienpaaren/mm verwendet werden (bis zu 350 LP/mm bei ISO 25/15° SW-Film). Bei der Aufnahme mit einem lichtsensiblen Chip wie einem CCD oder CMOS Sensor wird die Ortsauflösung durch den Abstand der Mitten der Sensorelemente(=Pixel) d_{Pixel} bzw. dessen Kehrwert, der Pixelortsfrequenz f_{pixel} bestimmt. Nach dem Abtasttheorem kann durch Abtastung mit der Pixelortsfrequenz f_{pixel} ein Intensitätsmuster mit einer maximalen Ortsfrequenz $f_{Res,max}$ aufgelöst werden:

$$f_{Res,max} = \frac{1}{2} \cdot f_{Pixel} \quad (2.37)$$

Sind in der Sensor-Ebene Intensitätsmuster mit Ortsfrequenzen höher als $f_{Res,max}$ vorhanden, spricht man von einer Unterabtastung: im Sensorbild treten dann Strukturen mit einer verfälschten, niedrigeren Ortsfrequenz auf, die nicht dem ursprünglichen Intensitätsmuster entsprechen. Diese sind nach dem Abtastvorgang nicht von korrekt dargestellten Strukturen zu trennen und wirken sowohl im aufgenommenen Hologramm als auch in der Rekonstruktion als systematische Störstrukturen.

Das Abtasttheorem gilt strenggenommen allerdings nur für die Abtastung des punktwisen Signals mit einer Dirac-Kamm-Funktion, tatsächlich wird der Bildwert eines Pixels jedoch aus der Intergration der Intensität über die gesamte Pixelfläche gebildet. Dies kann dazu führen dass Ortsfrequenzen, die nur geringfügig kleiner sind als $f_{Res,max}$, abhängig von ihrer Lage relativ zu den Pixelkanten verschmiert dargestellt werden¹⁰. Dieser Effekt

¹⁰Zudem führt die Integration über die Pixelfläche zu einem Helligkeitsabfall an den Rändern der Intensitätsrekonstruktion(siehe [Se01] Kapitel 4.2.1).

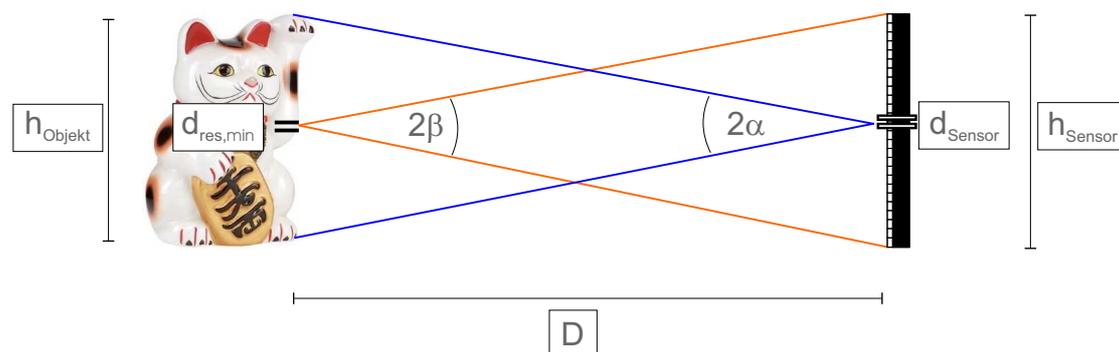


Abbildung 7: Abstände bei der Aufnahme eines Hologramms mit einem diskreten Sensor.

wird bei den folgenden Gleichungen jedoch vernachlässigt.

Üblicherweise sind die Pixelmitten auf einem Sensorchip 3 bis 9 μm voneinander entfernt; im günstigsten Fall (Pixelmittenabstand von 3 μm) ergibt sich eine Pixelortsfrequenz von etwa 333 Pixel/mm und damit eine maximal auflösbare Ortsfrequenz von 167 LP/mm. Die Ortsauflösung eines photosensiblen Chips ist also etwa 30 mal geringer als bei einem holografischen Film.

Beschränkend wirkt die geringe Ortsauflösung bei der Aufnahme grosser Objekte, da diese Interferenzstreifen hoher Ortsfrequenz in der Hologrammebene erzeugen. Stellt man die von den Aussenrändern des Objekts ausgehenden Elementarwellen W_1 und W_2 in der Hologrammebene vereinfacht als ebene Wellen dar, so berechnet sich der Streifenabstand des durch Interferenz der beiden Wellen erzeugten Intensitätsmusters in der Sensorebene folgendermaßen:

$$d_{\text{Streifen}} = \frac{\lambda}{\sin \alpha} \quad (2.38)$$

Hierbei ist 2α der Winkel, unter dem das Objekt vom Sensor aus erscheint; in der abbildenden Optik ist dieser unter dem Namen *Feldwinkel* bekannt. Die Wellenfronten der von den Außenkanten des Objekts ausgehenden Elementarwellen interferieren unter dem Winkel 2α in der Hologrammebene (siehe Abb. 8). Der Winkel α ergibt sich aus dem

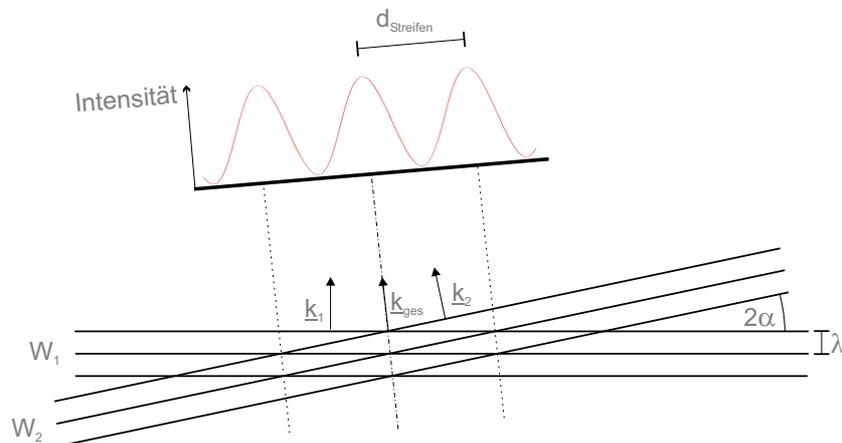


Abbildung 8: Überlagerung zweier ebener Wellen

Verhältnis von Objektgröße zum Abstand Objekt-Sensor:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{h_{\text{Objekt}}}{D}\right) \quad (2.39)$$

Aus Gleichungen 2.38 und 2.39 ist ersichtlich, dass die maximale Ortsfrequenz des Beugungsmusters in der Hologrammebene sinkt, wenn ein kleineres Objekt (h_{Objekt}) verwendet oder dessen Abstand D zum Sensor vergrößert wird. Bei der holografischen Aufnahme eines bestimmten Objekts muss also ein Mindestabstand D_{min} abhängig von h_{Objekt} und d_{Pixel} gewählt werden, um Aliasfrequenzen im Sensorbild zu vermeiden. Mit dem kleinsten auflösbaren Streifenabstand $d_{\text{Streifen,min}} = 2 \cdot d_{\text{Pixel}}$ ergibt sich nach Umrechnung:

$$D_{\text{min}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{2d_{\text{Pixel}}}{\lambda}\right)^2 - 1} \cdot h_{\text{Objekt}}}{2} \quad (2.40)$$

Alternativ hierzu kann auch die Größe der beleuchteten Objektoberfläche angepasst werden, dies kann z.B. durch Einbringen einer Lochblende in den Beleuchtungsstrahlengang geschehen.

Ein weiterer interessanter Parameter ist die Auflösung in der Rekonstruktionsebene. Wird für die Rekonstruktion die Fresnel-Methode (siehe folgendes Kapitel) verwendet, so kann diese als eine Vorwärtspropagation des aufgenommenen Wellenfeldes angesehen werden. Nach Raleigh ergibt sich bei optischen Systemen eine Abhängigkeit der Auflösung von der numerischen Apertur NA bzw. halbem Öffnungswinkel β :

$$d_{\text{max}} = \frac{0,61 \cdot \lambda}{NA} = \frac{0,61 \cdot \lambda}{\sin \beta} \quad (2.41)$$

Der Winkel β ergibt sich aus dem Arcustangens des Verhältnisses der halben Größe der beugenden Öffnung (hier die Sensor-Größe h_{Sensor}) zum Bildabstand D , siehe Abb. 7. Für eine hohe Auflösung der Rekonstruktion ist also ein kleiner Abstand D sowie Einsatz eines Sensorchips mit großer Kantenlänge (aktive Fläche) h_{Sensor} förderlich.

Wie in Abb. 7 erkenntlich, sind die Winkel α und β , welche die Qualität der Rekonstruktion beeinflussen, bei einem (digital) holografischen Aufbau symmetrisch zueinander. Gefordert wird ein minimaler Winkel α zur Vermeidung von Alias-Frequenzen im Hologramm

und gleichzeitig ein maximaler Winkel β für maximale Auflösung der Rekonstruktion, diese Forderung ist geometrisch nicht realisierbar.

Durch Wahl des Abstands $D=D_{min}$, abhängig von der Objektgröße h_{Objekt} (siehe Gleichung 2.39) ist theoretisch eine maximale Qualität der Rekonstruktion erreichbar, bei der praktischen Anwendung sollte jedoch ein größerer Abstand gewählt werden, da die Bildqualität der Rekonstruktion durch Undersampling-Artefakte stärker beeinflusst wird als durch eine geringere Auflösung in der Rekonstruktionsebene.

Durch die Wahl eines Sensors mit großer aktiver Fläche h_{Sensor} kann die Auflösung der Rekonstruktion erhöht werden. Ein kleiner Abstand der Sensorelemente ist zwar ebenfalls wünschenswert, es ist jedoch fraglich ob dieser Vorteil durch erhöhtes Rauschen auf kleineren Sensorelementen nicht elimiert wird oder sich die Wahl eines kleineren Sensorelements sogar insgesamt nachteiliger auswirkt.

2.3.1.2 Rekonstruktion der Objektwelle

Nach der Aufnahme liegt das Hologramm als digitales Bild der Kantentlänge (in Pixel) N vor ¹¹:

$$H(m, n) \quad , \quad \{m, n\} \in \mathbb{N} \quad , \quad -\frac{N}{2} \leq \{m, n\} \leq \frac{N}{2} \quad (2.42)$$

Physisch liegen die Pixel in der Hologrammebene (x', y') und sind durch die horizontalen und vertikalen Pixelmittenabstände $\Delta x'$ und $\Delta y'$ voneinander separiert. Wird die Mitte des Sensors als z -Achse definiert und die Pixelnummerierung entsprechend gewählt (Pixel (0,0) in Sensormitte), so ist der Zusammenhang zwischen Pixel- und Ortskoordinate gegeben durch:

$$x' = m \cdot \Delta x' \quad , \quad y' = n \cdot \Delta y' \quad (2.43)$$

Der Wertebereich von $H(m, n)$, also der Grauwertbereich des digitalen Hologramms, erstreckt sich bei einer monochrom-8-Bit-Aufnahme von 0 bis 255.

Die Rekonstruktion geschieht rechnerisch, das Ergebnis ist ein komplexes Amplitudenfeld $\mathbf{R}(x_R, y_R)$, welches die Objektwelle in der Objektebene repräsentiert. Aus $\mathbf{R}(x_R, y_R)$ kann direkt auf die Intensitäts- und Phasenverteilung in der Rekonstruktionsebene ge-

¹¹Ein quadratisches Bildformat ist zur Auswertung des digitalen Hologramms nicht zwingend erforderlich, es vereinfacht jedoch die Anwendung des FFT-Algorithmus (siehe folgende Seiten).

geschlossen werden:

$$I_R(x_R, y_R) = \sqrt{\text{Im}(\underline{\mathbf{R}}(x_R, y_R))^2 + \text{Re}(\underline{\mathbf{R}}(x_R, y_R))^2} \quad (2.44)$$

$$\phi_R(x_R, y_R) = \arctan \frac{\text{Im}(\underline{\mathbf{R}}(x_R, y_R))}{\text{Re}(\underline{\mathbf{R}}(x_R, y_R))} \quad (2.45)$$

Dies stellt einen Vorteil gegenüber der optischen Rekonstruktion dar; bei dieser wird auch die komplette Information der Objektwelle rekonstruiert, direkt zugänglich ist wiederum nur die Intensität (Sensorik-Problem, siehe oben). Zur rechnerischen Rekonstruktion des Objektwellenfelds in der Objektebene werden hauptsächlich die im folgenden beschriebenen Methoden angewendet, die sich aus der optischen Beugungstheorie ergeben:

- Fresnel-Methode (FM)
- linsenlose Fourier-Methode (LFM)
- Faltungsansatz (FA)

Prinzipiell kann mit jeder dieser Methoden die Rekonstruktion durchgeführt werden, für die Fourier-Methode ist jedoch eine spezielle Konfiguration der Referenzwelle nötig.

Die Fresnel-Methode basiert auf der Anwendung der Fresnel'schen Näherung des Beugungsintegrals, auch Fresnel-Transformation genannt. Hierbei wird eine Fresnel-Transformation des Produkts aus digitalem Hologramm $H(m, n)$ und einer simulierten Referenzwelle $\underline{RW}(m, n)$ vorgenommen. $\underline{RW}(m, n) \cdot H(m, n) = \tau$ stellt hierbei die vom Hologramm amplitudenmodulierte Referenzwelle in der Hologrammebene dar. Die Phasenverteilung der Referenzwelle in der Hologrammebene wird für einen benutzerdefinierten Radius berechnet; bei ebener Referenzwelle ist eine einheitliche Phase über die gesamte Hologrammfläche vorhanden, so dass $\underline{RW}(m, n) = 1$ gesetzt wird.

Zur Berechnung des Objektwellenfeldes $E(x_R, y_R)$ im Abstand z von der Hologrammebene muss die in Gleichungen 2.23 und 2.24 beschriebene Fresneltransformation für Wellenfelder in der kontinuierlichen Ebene auf die digitale Umgebung übertragen werden. Hierfür wird zunächst durch Einsetzen von

$$u \cdot \lambda z = x_R \quad , \quad v \cdot \lambda z = y_R \quad (2.46)$$

in Gleichung 2.23 diese so umgestellt,

$$\underline{\rho}_{Fresnel}(u, v) = \underline{\psi}(u, v) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\kappa}(x', y') \cdot e^{i2\pi\lambda z(ux'+vy')} dx' dy' \quad (2.47)$$

dass sich eine inverse zweidimensionale Fouriertransformation des sogenannten Fresnel-Kerns κ multipliziert mit einem sphärischen Phasenfaktor ψ ergibt.

$$\underline{\kappa} = \tau(x', y') \cdot e^{-\frac{i\pi}{\lambda z}(x'^2+y'^2)} \quad (2.48)$$

$$\underline{\psi} = \frac{\mathbf{i}E_0}{\lambda z} \cdot e^{-i\pi\lambda z(u^2+v^2)} \quad (2.49)$$

Zur Diskretisierung von Gleichung 2.47 werden die Variablen x und y in die diskreten Variablen m und n überführt (siehe Gleichung 2.43), analog hierzu werden die Substitutionsvariablen u und v überführt:

$$u \rightarrow k \cdot \Delta u \quad , \quad v \rightarrow l \cdot \Delta v \quad (2.50)$$

Bezüglich der inversen Fourier-Transformation ergeben sich die Diskretisierungsabstände Δu und Δv im Ortsfrequenzraum durch die horizontalen und vertikalen¹² Abstände Δx und Δy der Sensorelemente im Ortsraum sowie die Kantenlänge N in Pixeln:

$$\Delta u = \frac{1}{N\Delta x'} \quad , \quad \Delta v = \frac{1}{N\Delta y'} \quad (2.51)$$

Durch Umstellung von Gleichung 2.47 mit 2.46 und 2.50 ergibt sich für die diskrete Fresnel-Transformation und damit für die Rekonstruktion mittels Fresnel-Methode (FM):

$$\underline{\mathbf{R}}_{FM}(k, l) = \underline{P}(k, l) \cdot DFT^{-1}(\underline{K}(m, n)) \quad (2.52)$$

mit dem quadratischen Phasenterm

$$\underline{P}(k, l) = \frac{\mathbf{i}E_0}{\lambda z} e^{-i\pi\lambda z\left(\frac{k^2}{N^2\Delta x'^2} + \frac{l^2}{N^2\Delta y'^2}\right)} \quad (2.53)$$

¹²Moderne Kameras verfügen oft über quadratische Pixel, so dass $\Delta x = \Delta y$ angenommen werden kann.

dem Fresnel-Kern

$$\underline{K}(m, n) = H(m, n)\underline{RW}(m, n)e^{-\frac{i\pi}{\lambda z}(m^2\Delta x'^2 + n^2\Delta y'^2)} \quad (2.54)$$

und der inversen diskreten Fouriertransformation

$$DFT^{-1}(f(m, n)) = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) \cdot e^{i2\pi(\frac{km}{N} + \frac{ln}{N})} \quad (2.55)$$

Zur Rekonstruktion werden zuerst $P(k, l)$ und $K(m, n)$ für alle (k, l) bzw. (m, n) berechnet. Anschliessend wird eine diskrete inverse Fouriertransformation von K durchgeführt und diese punktweise mit $P(m, n)$ multipliziert. Der Parameter z , der den Rekonstruktionsabstand bestimmt, wird hierbei als Konstante betrachtet, die Rekonstruktion wird also jeweils für eine Ebene durchgeführt.

Da die zweidimensionale inverse DFT auch auf modernen Computern extrem zeitaufwendig ist, wird diese in der Regel durch einen sogenannten schnellen Fouriertransformationsalgorithmus¹³ (FFT) ersetzt. FFT -Algorithmen sind wesentlich schneller als der DFT -Algorithmus, manche FFT -Algorithmen setzen jedoch quadratische Eingangsbilder mit einer Kantenlänge 2^a ($a \in \mathbb{N}$) voraus.

Eine rechnerische Vereinfachung der Fresnel-Methode kann vorgenommen werden, wenn bei der Aufnahme des Hologramms eine sphärische Welle als Referenzwelle verwendet wurde, deren Quellpunkt im gleichen Abstand zum CCD liegt wie das Objekt. Hierfür wird die Referenzwelle oftmals in eine optische Faser eingekoppelt und das freie Ende in die Ebene des Objekts gebracht.

Unter dieser Bedingung vereinfacht sich Gleichung 2.52 zu

$$\mathbf{R}_{LFM}(k, l) = \underline{P}(k, l) \cdot DFT^{-1}(H(m, n) \cdot \underline{RW}(m, n)) \quad (2.56)$$

Diese Methode ist als linsenlose Fourier-Methode (LFM) bekannt.

Bei Rekonstruktion mit der Fresnel-Methode oder der linsenlosen Fourier-Methode liegt das Ergebnis im digitalen Ortsfrequenzraum mit den Koordinaten (k, l) vor. Zur Inter-

¹³Beispielsweise der $FFTW$ -Algorithmus, siehe <http://fftw.org>

pretierung der Rekonstruktion wird eine Rücksubstitution gemäss Gleichungen 2.51 und 2.46 vorgenommen:

$$x_R = \frac{k\lambda z}{N_x \Delta x'} \quad , \quad y_R = \frac{l\lambda z}{N_y \Delta y'} \quad (2.57)$$

Es ergibt sich für die Skalierung der Pixelabstände in der Rekonstruktionsebene :

$$\Delta x_R = \frac{\lambda z}{N_x \Delta x'} \quad , \quad \Delta y_R = \frac{\lambda z}{N_y \Delta y'} \quad (2.58)$$

Die Auflösung in der Rekonstruktionsebene hängt von den Kantenmaßen $N_x \Delta x$ und $N_y \Delta y$ des CCD und der Entfernung z ab. Es ergibt sich eine Ähnlichkeit zum Auflösungskriterium nach Raleigh (siehe Gleichung 2.41), das CCD wirkt hierbei als Blende des (virtuellen) optischen Systems für die Rekonstruktionsberechnung.

Bei Rekonstruktion durch Verwendung der FM oder der LFM werden, in Analogie zur optischen Rekonstruktion, reelles und virtuelles Bild sowie nullte Ordnung rekonstruiert; eines der beiden Bilder ist jedoch stets unscharf. Die nullte Ordnung entsteht durch einen Grauwertoffset im digitalen Hologramm und kann durch Subtraktion des Mittelwerts $\bar{H}(m, n)$ des Hologramms von $H(m, n)$ vor der Rekonstruktion unterdrückt werden¹⁴. Da sich nullte Ordnung und rekonstruiertes Objekt oft überlagern, ist die Unterdrückung der nullten Ordnung ein wichtiger Bestandteil der Hologrammauswertung. Um Überlagerung von nullter Ordnung und rekonstruiertem Objekt zu vermeiden, wird meistens die sogenannte off-axis-Methode verwendet, bei dieser wird der Referenzstrahl gegenüber dem Objektstrahl leicht verkippt; in der Rekonstruktion ist das Objekt von der optischen Achse verschoben.

Bei FM und LFM sind in der dargestellten Rekonstruktion bereits alle physikalisch auflösbaren Ortsfrequenzen enthalten. Außerhalb des dargestellten Bereichs setzt sich die dargestellte Information als Folge der digitalen Auswertung periodisch fort, was als Parkettierungseffekt bezeichnet wird (siehe [Se01]). Dies drückt sich dadurch aus, dass auf einer Seite der Rekonstruktion herausgeschobene Bildelemente an der gegenüberliegenden Bildkante wieder auftauchen.

Eine andere Darstellung des Prozesses der holografischen Aufnahme bedient sich der Faltungsoperation (mit Faltungsoperator $'\circ'$):

$$(f \circ g)(x', y') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot g(x' - x, y' - y) dx dy \quad (2.59)$$

¹⁴siehe [Kr97]

Hiermit kann die Feldverteilung \underline{R}_{FA} in der Rekonstruktionsebene als Faltung des Produkts aus Hologramm \underline{H} und Rekonstruktionswelle \underline{RW} mit einer Übertragungsfunktion \underline{T} dargestellt werden.

$$\mathbf{R}_{FA} = (\underline{H} \cdot \underline{RW}) \circ \underline{T} \quad (2.60)$$

Die Transferfunktion \underline{T} kann durch die Fresnel-Näherung beschrieben werden (siehe [Kr04]). Die Fouriertransformierte der Transferfunktion, $\mathcal{F}(T(m, n)) = \underline{t}(k, l)$ lässt sich bei Voraussetzung eines quadratischen Sensors) beschreiben durch

$$\underline{t}(k, l) = e^{i\pi z \frac{\lambda((k-1)^2 + (l-1)^2)}{N^2 \Delta x_R^2}} \quad (2.61)$$

Nach dem Faltungssatz ist die Faltung zweier Funktionen im Ortsraum gleichzusetzen mit einer Multiplikation beider Funktionen im Frequenzraum und anschließender Rücktransformation des Produkts in den Ortsraum. Hiermit kann die Rekonstruktion vereinfacht durchgeführt werden durch

$$\boxed{\mathbf{R}_{FA}(x_R, y_R) = \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(\underline{T}) \cdot \mathcal{F}(\underline{H} \cdot \underline{RW}))} \quad (2.62)$$

Diese Methode wird in der Literatur oft als Faltungsansatz (FA) bezeichnet. Durch die Trennung der Transferfunktion von der Objektwelle können Modifikationen der Übertragungsfunktion einfach in das Modell eingebracht werden. Eine solche Modifikation kann beispielsweise durch Einbringen von optischen Bauteilen in den Strahlengang oder Einbeziehung der Übertragungsfunktion des CCD¹⁵ nötig werden.

Beim FA wird die Auflösung in der Rekonstruktionsebene direkt durch den Pixelabstand bestimmt:

$$\Delta x_R = \Delta x' \quad , \quad \Delta y_R = \Delta y' \quad (2.63)$$

Im Gegensatz zur FM oder LFM, bei denen die Auflösung der Rekonstruktion durch Gleichung 2.58 festgelegt ist, lässt sich durch Einbringen einer virtuellen Linse in die Rekonstruktion ein Zoomeffekt erzielen.¹⁶

Eine Verschiebung des Objektfelds in der Rekonstruktion um v_{xR} in x_R -Richtung und v_{yR} in y_R -Richtung kann durch Multiplikation des Hologramms mit einem linearen Pha-

¹⁵Diese wird im weiteren nicht betrachtet. Zur Problematik der Aufnahme mit digitalem Sensor siehe [Kr04] Kapitel 3.5.1.

¹⁶Das Einbringen einer Linse in die Simulation ist bei diesen Methoden auch möglich, führt aber nicht zu einer sinnvollen Vergrößerung (siehe [Se01]).

senterm $S_{v_x R, v_y R}(x', y')$ realisiert werden:

$$S_{v_x R, v_y R}(x', y') = e^{-\frac{i2\pi}{\lambda_z}(x'v_{xR} + y'v_{yR})} \quad (2.64)$$

Dies entspricht einer Verkippung des Referenzstrahls. Eine solche Verschiebung kann bei allen beschriebenen Methoden implementiert werden, aufgrund des Parkettierungseffekts ist dies aber nur bedingt sinnvoll.

Da das vom Faltungsansatz für die Rekonstruktion verwendete Hologramm die Referenzwelle beinhaltet (und nicht etwa von der reinen Phasenverteilung in der Hologrammebene) muss auch hierbei eine Unterdrückung der nullten Ordnung stattfinden, um ein brauchbares Rekonstruktionsergebnis zu erhalten.

2.4 Digital-holografische Interferometrie

Interferometrische Verfahren basieren auf der Auswertung von Phasendifferenzen zwischen zwei Wellenfeldern und werden häufig zur Messung von Abständen oder zur Detektion von Objektdeformationen im Mikrometerbereich verwendet. In diesem Kapitel wird beschrieben, wie die durch Rekonstruktion eines digitalen Hologramms gewonnene Phasenverteilung $\phi_R(x_R, y_R)$ (siehe Gleichung 2.45) in der Rekonstruktionsebene für interferometrische Messungen verwendet werden kann.

Im folgenden werden entsprechende Methoden zur Messung von Objektverformungen sowie zur Messung der Objektform vorgestellt. Theorie und Definitionen hierzu stammen aus [Kr04] und [Se01].

2.4.1 Verarbeitung der Phaseninformation

Die Phase $\phi_R(x_R, y_R)$ in der Rekonstruktionsebene wird, wie in Abschnitt 2.3.1.2 in Gleichung 2.45 beschrieben, durch Berechnung des Arkustangens des Verhältnisses von Imaginär- zu Realteil des rekonstruierten Wellenfelds $\underline{R}(x_R, y_R)$ gebildet. Da die Arkustangensfunktion in das Intervall $\{-\pi.. \pi\}$ abbildet, verläuft die rekonstruierte Phase

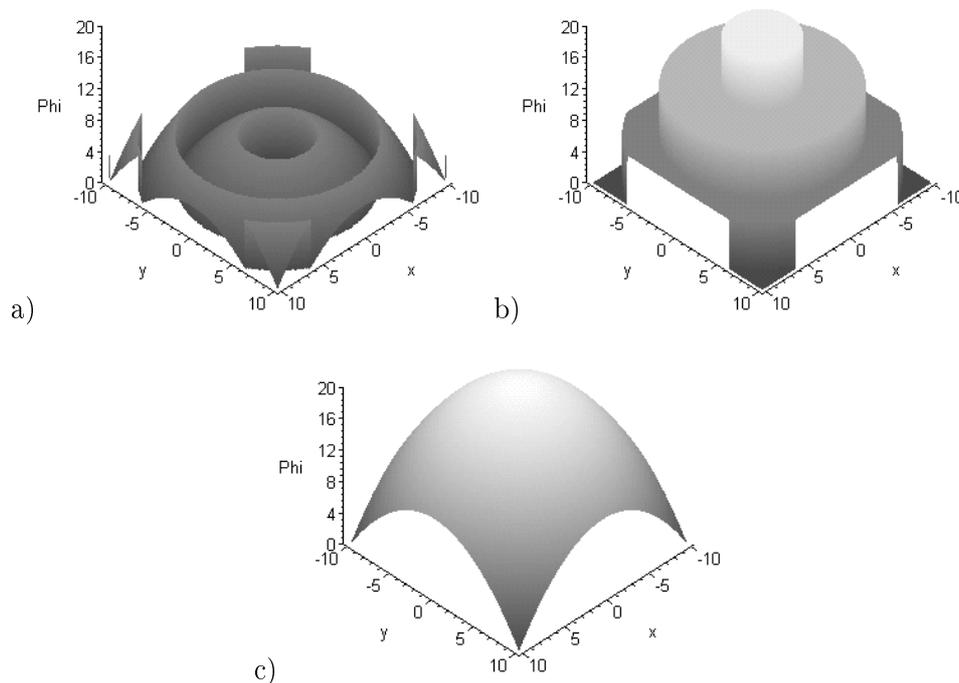


Abbildung 9: a) simulierte Phasenverteilung $\phi_R(x_R, y_R)$, b) zur Demodulierung verwendete Stufenfunktion, c) Demodulierte Phasenverteilung $\phi_{R, Dem}(x_R, y_R)$.

nicht stetig sondern 2π -moduliert.

Um aus einer solchen Phasenverteilung eine stetige Verteilung zu erhalten, wird eine sogenannte Demodulation (auch phase unwrapping genannt) durchgeführt.

Bei der Demodulation wird zu der modulierten Funktion eine Stufenfunktion addiert, deren Stufenhöhe abhängig vom Ort ein ganzzahliges Vielfaches n von 2π ist. Der Demodulationsalgorithmus geht von einem Startpunkt aus und zählt von diesem aus die Anzahl der 2π -Sprünge. Diese Anzahl ergibt den Parameter n für die Stufenfunktion. Das Demodulationsergebnis ist somit abhängig vom Startpunkt.

Es sind verschiedene Methoden zur Demodulation bekannt (siehe [Kr04] Kapitel 5.9), die im folgenden verwendete Methode ist in das Programm *FringeProcessor* integriert und basiert auf dem 'minimum spanning tree'-Algorithmus (siehe [Ro93]).

Problematisch ist die Demodulierung bei stark verrauschten Phasenbildern, da auf diesen die 2π -Sprünge schlecht zu detektieren sind. Kreis¹⁷ empfiehlt deshalb die Anwendung eines Median-Filters auf das modulierte Phasenbild. Dieser Filter hat die Eigenschaft, Kanten und damit auch 2π -Sprünge zu erhalten und Strukturen mit hoher Ortsfrequenz zu unterdrücken. Die Größe der Filtermaske sollte hierbei auf die Ortsfrequenz der 2π -Sprünge angepasst werden, um eine Unterdrückung der 2π -Sprünge zu vermeiden.

Werden zwei 2π -modulierte Phasenbilder addiert oder subtrahiert, so muss auf das Ergebnisbild vor der Demodulierung die Modulo- 2π -Funktion angewandt werden. Bei den folgenden Beschreibungen der Auswertung solcher Phasensummen- oder Phasendifferenzbilder ist eine Demodulierung vor der Auswertung impliziert.

2.4.2 Verformungsmessung

Zur Messung der Objektverformung werden digitale Hologramme des Objekts in den Zuständen A(ursprünglicher Zustand) und B (deformierter Zustand) aufgenommen. Durch Rekonstruktion der Phase in der Objektebene ergibt sich eine Phasenkarte des Objekts, die für die Mikrostruktur des Objektes charakteristisch ist.

Beide Hologramme werden rekonstruiert, so dass zwei Phasenkarten $\phi_{R,A}(x_R, y_R)$ und $\phi_{R,B}(x_R, y_R)$ vorliegen, die voneinander pixelweise subtrahiert werden. Die resultierende Phasendifferenzkarte $\Delta\phi_R(x_R, y_R)$ enthält dann Information über die Differenz der

¹⁷ siehe [KK79]

Phasenverteilungen $\phi_O(\vec{r})$ in der Objektebene:

$$\begin{aligned}\Delta\phi_R(x_R, y_R) &= \phi_{R,A}(x_R, y_R) - \phi_{R,B}(x_R, y_R) \\ &= f(\phi_{O,A}(\vec{r}) - \phi_{O,B}(\vec{r})) \\ &= f(\phi_{O,A}(\vec{r}) - \phi_{O,A}(\vec{r} + \vec{d}(x, y, z)))\end{aligned}\quad (2.65)$$

$$\text{mit } \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \vec{d}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} (x, y, z) \quad (2.66)$$

Hierbei ist \vec{r} der Ortsvektor in der Objektebene und \vec{d} ein Deformationsvektor, der die Deformationen in den drei Koordinatenachsen zwischen Aufnahmen A und B für je einen Objektpunkt angibt. Der funktionale Zusammenhang zwischen Objektdeformation und $\Delta\phi_R$ ergibt sich aus Parametern des Holografieaufbaus.

Abbildung 10a) zeigt einen vereinfacht dargestellten Holografieaufbau. Zu sehen sind die Beleuchtungsquelle Q , ein Objektpunkt O und der zur Aufnahme des Hologramms verwendete Sensor S . Nicht dargestellt ist die Referenzwelle, da deren Ausrichtung und Wellenfrontform keinen Einfluss auf die Auswertung der Phasendifferenzverteilung $\Delta\phi_R(x_R, y_R)$ hat¹⁸. Die Vektoren \vec{e}_Q und \vec{e}_B sind hierbei die Einheitsvektoren, welche die Beleuchtungsrichtung (Strecke \overline{QO}) bzw. die Beobachtungsrichtung Strecke \overline{OB} definieren. Der sogenannte Beleuchtungsvektor \vec{k}_Q zeigt in die selbe Richtung wie \vec{e}_Q ist aber mit der Wellenzahl k skaliert, dasselbe gilt für den den Beobachtungsvektor \vec{k}_S bezüglich \vec{e}_S :

$$\vec{k}_Q = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{e}_Q, \quad \vec{k}_S = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{e}_S \quad (2.67)$$

Aus der Differenz von Beobachtungs- und Beleuchtungsvektor ergibt sich der sogenannte Sensitivitäts-Vektor \vec{s} .

$$\vec{s} = \vec{k}_S - \vec{k}_Q \quad (2.68)$$

Dieser zeigt die Richtung der maximalen Sensitivität des Interferometeraufbaus an. Die Phasendifferenz $\Delta\phi(x_R, y_R)$ in der rekonstruierten Ebene ergibt sich aus dem Skalarprodukt von Sensitivitätsvektor und Deformationsvektor, bzw. dem Produkt ihrer Beträge

¹⁸Eine Verkippung der Referenzwelle zwischen zwei Aufnahmen kann zu Phasendekorrelation führen.

multipliziert mit $\cos \epsilon$ (siehe Abbildung 10b)).

$$\begin{aligned}\Delta\phi(x_R, y_R) &= \vec{s} \left(\vec{r} - \vec{r} + \vec{d}(x, y, z) \right) \\ &= \langle \vec{s}, \vec{d} \rangle \\ &= \cos \epsilon \cdot |\vec{s}| \cdot |\vec{d}|\end{aligned}\quad (2.69)$$

Dies bedeutet, dass mit der Messung der Phasendifferenz nur die in Richtung des Sensitivitätsvektors auftretende Deformation gemessen werden kann; so kann nur eine Komponente von \vec{d} gemessen werden, wenn \vec{s} auf einer Achse des Koordinatensystems liegt.

Um die Deformation eines Objektpunkts in drei Dimensionen erfassen zu können, wird oftmals mit verschiedenen Beleuchtungs- oder Beobachtungsrichtungen gemessen, um so drei oder mehr nicht linear abhängige Sensitivitätsvektoren zu erhalten¹⁹.

Verformungskomponenten, die entlang der Objektoberfläche verlaufen werden als In-

¹⁹Siehe [SP99].

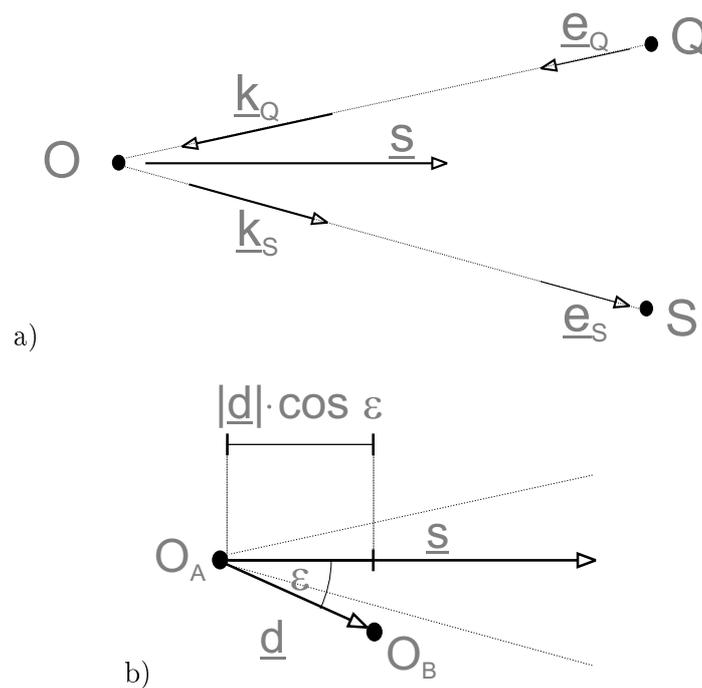


Abbildung 10: a) einfache Darstellung des Holografieaufbaus mit Beleuchtungsvektor \vec{k}_q , Beobachtungsvektor \vec{k}_s und Sensitivitätsvektor \vec{s} .
 b) Ausschnitt aus a) mit Objektpunkten O_A , O_B (nach Verschiebung) und Deformationsvektor \vec{d} .

Plane-Komponenten bezeichnet, für senkrecht auf der Objektoberfläche stehende Komponenten (oft entlang der optischen Achse der Kamera) wird der Ausdruck Out-of-Plane-Komponenten verwendet.

Anhand Abbildung 10a) wird deutlich, dass sich bei feststehendem Beleuchtungs- und Beobachtungspunkt der Sensitivitätsvektor über die Objektfläche ändert. Wird zur Beleuchtung eine ebene Welle verwendet, so kann über den gesamten Objektbereich von einem konstanten Beleuchtungsvektor \vec{k}_Q ausgegangen werden. Zur Gewährleistung eines konstanten Beobachtungsvektors müsste ein telezentrischer Sensoraufbau realisiert werden. Oftmals wird die Variation des Sensitivitätsvektors über die Objektfläche zusammen mit der Wellenlänge des verwendeten Lichts und der Form der Beleuchtungswelle zu einem Geometriemodell zusammengefasst, welches den Zusammenhang zwischen gemessenen Phasendifferenzen $\Delta\phi(x_R, y_R)$ (ggf. unterschiedliche Phasendifferenzkarten für mehrere Beleuchtungsrichtungen) und der Objektverformung herstellt.

Wichtig für die Durchführbarkeit des Verfahrens ist, dass die Verformung senkrecht zu \vec{s} zwischen den beiden Aufnahmen ein gewisses Ausmaß nicht überschreitet. Ändert sich das Phasemuster zwischen den Aufnahmen zu stark, so korrelieren diese zueinander nicht mehr ausreichend und die Phasendifferenz verrauscht und verliert schliesslich ihre Aussagekraft. Um Deformationen über längere Zeit zu überwachen, kann die in [A103] beschriebene Methode verwendet werden, bei der periodisch in kurzem zeitlichen Abstand nacheinander digitale Hologramme aufgenommen, Deformationsmessungen mit je zwei zeitlich benachbarten Aufnahmen nach der Phasendifferenzmethode durchgeführt und die resultierenden Deformationskarten zusammengeführt werden.

2.4.3 Formmessung (Contouring)

Bei der Verformungsmessung wird, wie oben beschrieben, je ein Hologramm eines Objektes in seinen beiden Verformungszuständen aufgenommen. Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung bleiben hierfür konstant, um beide Objektzustände mit dem selben Sensitivitäts-Vektor zu erfassen.

Bei der Formmessung eines Objektes, auch Contouring genannt, wird diese Vorgehensweise umgekehrt: das Objekt bleibt während des Aufnahmevorgangs unbewegt, der Aufbau wird jedoch zwischen zwei Aufnahmen modifiziert, so dass zwei Messungen mit verschiedenen Sensitivitäts-Vektoren vorliegen.²⁰ Durch Variation des Sensitivitäts-Vektors wird

²⁰Es existieren neben den beschriebenen noch weitere Methoden, so z.B. die Light-In-Flight-Methode.

das Objekt mit Streifen überlagert, durch Demodulierung dieses Streifenmusters entsteht eine kontinuierliche Phasenkarte, welche die Objekthöhe in Bezug zu einer Referenzebene repräsentiert. Das Ergebnis des Contouring ist eine dreidimensionale Höhenkarte, die die Oberfläche des Objekts beschreibt.

Eine durch Rekonstruktion erzeugte Phasenkarte enthält bereits Informationen über die Form der Objektoberfläche, eine einfache Auswertung durch Demodulierung ist jedoch bei makroskopischen Objekten nicht möglich.

Die Rauigkeit des Objekts, welche die Mikrostruktur des Objekts charakterisiert, sollte um dieses korrekt holografieren zu können, mindestens in der Größenordnung der halben zur Aufnahme verwendeten Wellenlänge liegen (siehe [Se01]). Dies kann jedoch zu Problemen bei der Auswertung des rekonstruierten Phasenbilds führen, da die rekonstruierte Phase 2π -moduliert ist. Bei einer Höhendifferenz von mindestens λ zwischen zwei durch benachbarte Pixel beschriebenen Objektpunkten existiert kein eindeutiger Zusammenhang zwischen den entsprechenden benachbarten Phasenwerten, bzw. der Phasenunterschied ist bis auf $(n \cdot 2\pi)$ unbestimmt.

Um dies zu vermeiden, muss der Phasenverlauf so skaliert werden, dass ein größerer Objekthöhenunterschied mit einem Phasenunterschied von 2π zusammenfällt.

Dies kann durch Einführung einer synthetischen Wellenlänge λ_{synth} realisiert werden, der Begriff der synthetischen Wellenlänge bezieht sich hierbei nur auf die 2π -modulierte Phase und ist nicht als die Wellenlänge einer physikalischen Lichtwelle zu verstehen.

Die Erzeugung einer mit einem solchen Phasenverlauf kodierten Phasenkarte $\Delta\phi(x_R, y_R)$ kann durch Subtraktion oder Addition zweier Phasenkarten desselben Objektzustands realisiert werden, wenn der Sensitivitätsvektor \vec{s} zwischen den Hologrammaufnahmen variiert wurde. Eine Veränderung von \vec{s} lässt sich durch die Veränderung seiner Richtung oder seines Betrags erzielen.

Die Skalierung von \vec{s} findet, wie durch Gleichungen 2.67 und 2.68 ersichtlich, durch Multiplikation der Wellenzahl $k = 2\pi/\lambda$ statt; um dessen Betrag zu verändern muss folglich die Wellenlänge des verwendeten Lichts verändert werden. Diese Methode ist als 2λ -Contouring bekannt und wird in Abschnitt 2.4.3.1 beschrieben.

Die Veränderung der Richtung von \vec{s} für einen Objektpunkt kann durch Richtungsänderung des Beleuchtungsvektors oder des Beobachtungsvektors, folglich durch Veränderung der Beleuchtungs- oder Beobachtungsrichtung geschehen. Da bei der Veränderung der Beobachtungsrichtung zwischen zwei Aufnahmen störende Effekte wie eine unterschiedliche perspektivische Verzerrung des Objekts und Phasendekorrelation zu beachten sind,

wird in Abschnitt 2.4.3.2 nur die Methode der Veränderung der Beleuchtungsrichtung beschrieben.

Der Contouringvorgang kann in drei Schritte aufgeteilt werden:

1. **Kalibrierung:** Unter Verwendung eines Geometriemodells wird durch Kalibrierung des Aufbaus ein quantitativer Zusammenhang zwischen Phasenwerten in den rekonstruierten Bildern und einer Position in der Objektebene geschaffen.
2. **Vorcontouring:** Es werden, wie oben beschrieben, zwei Hologramme mit variierten Sensitivitätsvektoren \vec{s} aufgenommen, deren Phasenkarten rekonstruiert, diese voneinander abgezogen, 2π -moduliert und anschliessend demoduliert. Ergebnis ist die Phasendifferenzkarte $\Delta\phi_C$.
3. **Interpretation des Vorcontouringergebnisses:** Durch Verknüpfung von $\Delta\phi_C$ mit den Kalibrierungsdaten wird eine Höhenkarte in metrischen Daten erzeugt.

2.4.3.1 2- λ -Contouring

Beim 2- λ -Contouring werden Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung konstant gehalten, und die Wellenlänge der Messbeleuchtung zwischen zwei Hologrammaufnahmen verändert. Hierfür wird häufig ein Farbstofflaser verwendet, der zwischen den Hologrammaufnahmen von λ_1 auf eine geringfügig abweichende Wellenlänge λ_2 gestimmt wird. Da für das Contouring zwei Aufnahmen desselben Objektzustands benötigt werden, muss darauf geachtet werden, dass das Objekt zwischen den Aufnahmen nicht deplatziert oder deformiert wird. Wie bei der Verformungsmessung werden die Phasenverteilungen ϕ_{R,λ_1} und ϕ_{R,λ_2} in der Objektebene aus den digitalen Hologrammen nach der Aufnahme einzeln rekonstruiert und die Phasendifferenz $\Delta\phi(x', y')$ gebildet.

$$\Delta\phi(x', y') = \phi_{R,\lambda_1} - \phi_{R,\lambda_2} = \vec{s}_{\lambda_1}\vec{d} - \vec{s}_{\lambda_2}\vec{d} \quad (2.70)$$

Hierbei ist zu beachten, dass beide Phasenverteilungen den selben Objektzustand repräsentieren, diesen jedoch durch jeweils einen anderen Sensitivitätsvektor kodiert darstellen. Wenn ebene Referenzwellen verwendet werden, ergibt sich für das Verhältnis von Pha-

sendifferenz $\Delta\phi(x', y')$ und Ortsvektor \vec{r} :

$$\begin{aligned}\Delta\phi(x', y') &= \vec{s}_{\lambda_1} \vec{r} - \vec{s}_{\lambda_2} (\vec{r} + \vec{d}(x, y, z)) \\ \xrightarrow{\vec{d}=(0,0,0)} &= \vec{s}_{\lambda_1} \vec{r} - \vec{s}_{\lambda_2} \vec{r} \\ &= \vec{r} \cdot \vec{s}_{\lambda_{synth}}\end{aligned}\quad (2.71)$$

$$\text{mit} \quad \vec{s}_{\lambda_{synth}} = \frac{2\pi}{\lambda_{synth}} \vec{e}_S - \vec{e}_Q, \quad \lambda_{synth} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (2.72)$$

Das Verfahren ist besonders empfindlich, wenn Beleuchtungsquelle und Sensor dicht beieinander liegen, da in diesem Fall $\vec{e}_Q = -\vec{e}_S$ ist.

Die dreidimensionale Höheninformation ergibt sich aus den Rücktransformation der Pixelkoordinaten (x_R, y_R) in der Rekonstruktion in Objektkoordinaten (x, y) gemäß Gleichungen 2.58 bzw. 2.63²¹ und Berechnung von z durch:

$$z = \frac{\Delta\phi(x', y')}{2\pi} \cdot \frac{\lambda_{synth}}{1 + \langle \vec{e}_Q, \vec{e}_S \rangle} \quad (2.73)$$

Anschaulich lässt sich der Term $\langle \vec{e}_Q, \vec{e}_S \rangle$ als Kosinus des Winkels zwischen Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung darstellen.

Alternativ kann durch eine Änderung des Brechungsindex des Mediums, in dem die Messung durchgeführt wird, eine Wellenlängenänderung ohne Änderung der Lichtquelleneigenschaften erzielt werden (siehe [Ab81]). Da dieses Verfahren experimentell aufwendig ist, wird es relativ selten verwendet.

²¹Bei Verwendung von FM und LFM bzw. FA zur Rekonstruktion

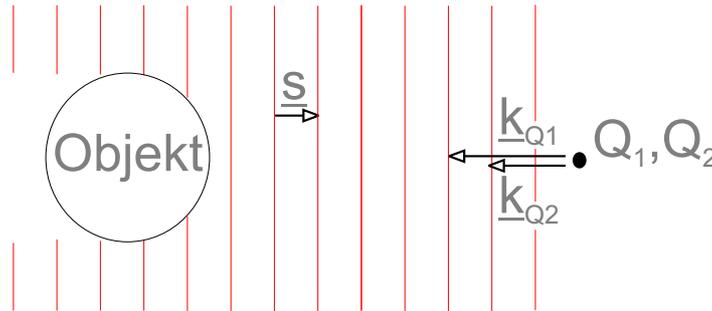


Abbildung 11: Beleuchtung beim 2- λ -Contouring, die Streifen stellen 2π -Periodensprünge der Phasendifferenz dar.

2.4.3.2 2-Beleuchtungsrichtungen-Contouring

Beim 2-Beleuchtungsrichtungen-Contouring findet die Variation des Sensitivitätsvektors \vec{s} durch eine Änderung der Beleuchtungsrichtung bei konstanter Wellenlänge statt. Im folgenden werden ebene Beleuchtungswellen angenommen, ein Vergleich zwischen den Phasendifferenzmustern von ebenen Wellen und Kugelwellen findet sich in Kapitel 3.1. Die beiden Beleuchtungsrichtungen werden durch die Beleuchtungsvektoren \vec{e}_{Q1} und \vec{e}_{Q2} beschrieben, es ergeben sich für die einzelnen Aufnahmen die Sensitivitätsvektoren \vec{s}_{B1} und \vec{s}_{B2} .

$$\begin{aligned}\Delta\phi(x', y') &= \vec{s}_{B1}\vec{r} - \vec{s}_{B2}\vec{r} \\ &= \vec{r} \cdot (\vec{s}_{B1} - \vec{s}_{B2}) \\ &= \vec{r} \cdot \left(\frac{2\pi}{\lambda}\vec{e}_{Q1} - \vec{e}_{Q2}\right)\end{aligned}\quad (2.74)$$

$$\text{mit } \vec{s}_{B1,2} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (\vec{e}_{Q1,2} - \vec{e}_s) \quad (2.75)$$

Ist $\vec{e}_{Q1} = \vec{e}_{Q2}$, so besteht minimale Sensitivität mit $\vec{s} = 0$. Dies erklärt sich dadurch, dass es in diesem Fall komplett identische Aufnahmebedingungen vorliegen und damit identische Phasenverteilungen, so dass $\Delta\phi_{B1}(x', y') = \Delta\phi_{B2}(x', y')$ bzw. $\Delta\phi_{B1}(x', y') - \Delta\phi_{B2}(x', y') = 0$.

Minimale Sensitivität in z-Richtung bei maximaler lateraler Sensitivität in x oder y-Richtung tritt auf, wenn die z-Komponenten von \vec{e}_{Q1} und \vec{e}_{Q2} gleich sind, dies entspricht einem Aufbau mit symmetrisch zur Kamera angeordneten Beleuchtungsquellen.

Um eine Sensitivität in z-Richtung zu erhalten müssen sich die Beleuchtungsquellenpunkte

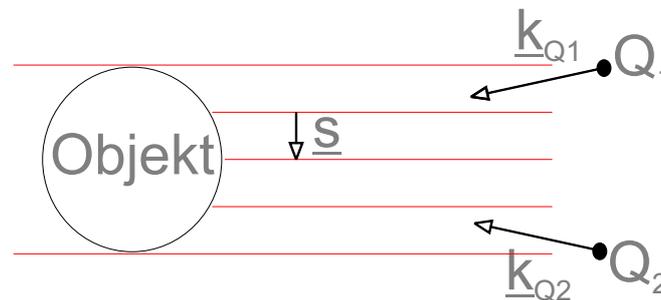


Abbildung 12: Beleuchtung beim 2-Beleuchtungsrichtung-Contouring.

unsymmetrisch zur Kamera, d.h. möglichst auf einer Seite der Kamera, und bestenfalls in einer Ebene mit dieser befinden. Diese Konfiguration entspricht (bei Verwendung von ebenen Referenzwellen) von der Sensitivitätsbetrachtung her prinzipiell der Messmethode der Streifenprojektion mit inkohärentem Licht, bei der durch die Deformation eines auf das Objekt projizierten Streifenmusters auf die Objektform geschlossen wird²². Abbildungen 14a) und b) zeigen die Intensitätsverteilung auf einem Objekt, das mit einem durch zwei Beleuchtungsquellen erzeugten Streifenmuster beleuchtet wird. Es ist ersichtlich, dass das Streifenmuster mehr Informationen über die Form in z -Richtung enthält, wenn die Beleuchtungspunkte mit der Kamera in einer Ebene liegen.

Weiterhin kann die Sensitivität in z -Richtung durch einen größeren Winkel zwischen den Beleuchtungswellen oder ein größerer Winkel zwischen mittlerem Beleuchtungsvektor

$$\vec{e}_{QM} = \frac{\vec{e}_{Q1} + \vec{e}_{Q2}}{2} \quad (2.76)$$

und Beobachtungsvektor erhöht werden.

Eine anschauliche Darstellung des Sachverhalts liefert die Betrachtung der räumlichen Periodenlängen l_{Dx} und l_{Dz} des 2π -modulierten Phasendifferenzmusters in x - und z -Richtung.

Abbildung 13 zeigt eine Aufsicht auf die (x, z) -Achse eines Aufbaus mit seitlicher Beleuchtung. Die Streifen stellen hierbei die 2π -Sprünge des modulierten Phasendifferenzmusters dar. Eine kurze Periodenlänge bedeutet eine hohe Sensitivität in diese Richtung; je größer der Winkel zwischen \vec{e}_S und \vec{e}_{QM} ist, desto größer wird die Sensitivität in z -Richtung und desto kleiner wird das Verhältnis l_{Dz}/l_{Dx} .

Das beobachtete Phasendifferenzmuster auf dem Objekt setzt sich aus den Anteilen l_{Dz} und l_{Dx} zusammen, und hat eine höhere Ortsfrequenz als jede der einzelnen Komponenten; auf einer Planplatte in der (x, y) -Ebene sind deshalb bei seitlicher Beleuchtung auch Streifen vorhanden. Die durch l_{Dx} beschriebene Komponente enthält keine Tiefeninformation, trägt aber zur Erhöhung der maximalen Ortsfrequenz in der Objektebene bei. Um die bei der Rekonstruktion erzielte Auflösung für Contouring-Information zu nutzen, ist deshalb ein kleines Verhältnis l_{Dz}/l_{Dx} günstig.

Problematisch sind bei Verwendung dieser Konfiguration Objekte, die stark in z -Richtung strukturiert sind, da sich bei diesen durch die seitliche Beleuchtung Abschattungseffek-

²²Siehe [CW92].

te ergeben. Bei der Wahl des Beleuchtungswinkels θ ist also ein Kompromiss zwischen Abschattung und idealer Nutzung der Auflösung durch ein kleines Verhältnis l_{Dz}/l_{Dx} zu finden.

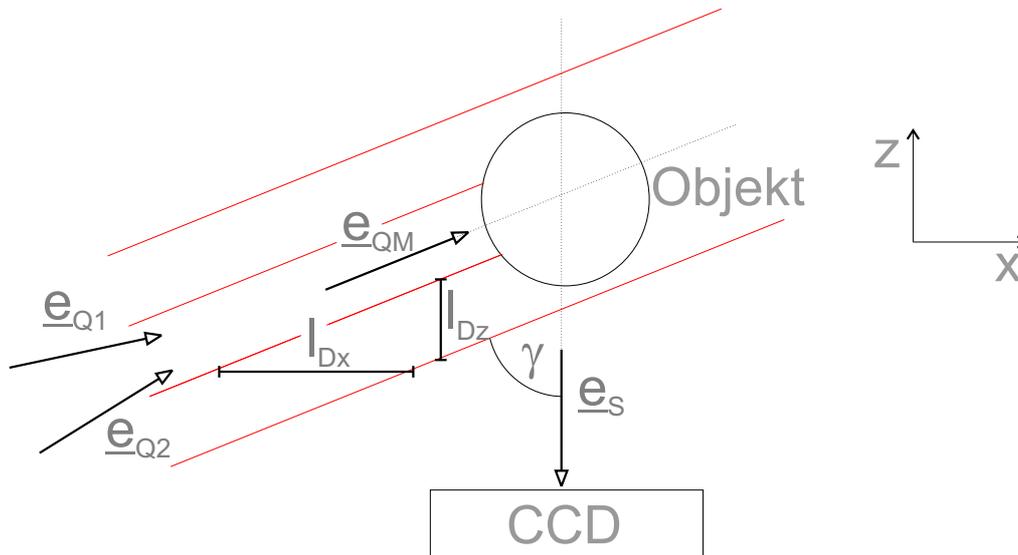


Abbildung 13: Beleuchtungssituation bei seitlicher Objektbeleuchtung.

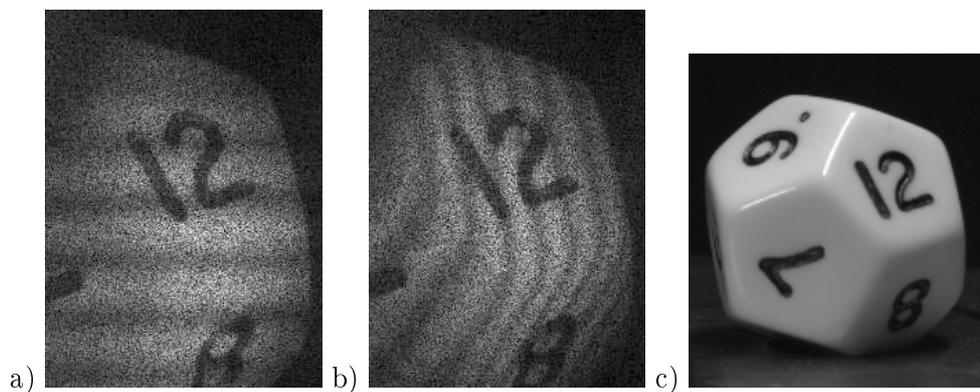


Abbildung 14: Intensitätsverteilung auf einem Objekt, beleuchtet mit zwei zueinander verkippten ebenen Wellen neben der Kamera, mit Konfigurationen:
a) Beleuchtungsquellen übereinander
b) Beleuchtungsquellen nebeneinander, in einer Ebene mit Kamera
c) Verwendetes Objekt.

Vorarbeiten

Um für das in Abschnitt 2.4.3.2 beschriebene Contouring-Verfahren eine geeignete räumliche Anordnung der Beleuchtungsquellen zu ermitteln, wurden verschiedene Beleuchtungssituationen mit dem Mathematikprogramm *Maple* simuliert, desweiteren wurde eine Messstrategie entworfen, die den technischen Aufbau und die Auswertung des Contouring-Verfahrens umreisst.

Zur Einschätzung der bei der praktischen Umsetzung der digitalen Holografie entstehenden Problematiken wurden zwei aus wenigen Komponenten bestehende Experimentalaufbauten für Vorversuche zusammengestellt, mit denen digitale Hologramme aufgenommen wurden. Mit einem der Aufbauten wurde eine Verformungsmessung durchgeführt.

Der *Innolas* Nd:YAG -Pulslaser wurde nicht verwendet, da dieser aufgrund einer technischen Störung nicht stabil betrieben werden konnte und somit für digital-holografische Aufnahmen nicht geeignet war. Für alle Aufbauten wurde daher ein Helium-Neon-Laser mit einer CW(Dauerstrich)-Ausgangsleistung von 16 mW verwendet.

3.1 Simulation von zwei Beleuchtungsquellen

Beim Contouring eines Objektes mit zwei Beleuchtungsquellen wird die Tatsache ausgenutzt, dass je nach Art des Beleuchtungsaufbaus (Abstand der Quellen voneinander, Wellenlänge des verwendeten Lichts, etc.) Flächen räumlich determinierten Phasenzusammenhang entstehen. Wird ein Objekt in den Bereich gebracht, in dem die Wellen sich überlagern, so kann durch Vorwissen über den Verlauf des Phasenzusammenhangs im Raum auf die Form des Objekts geschlossen werden. Eine Form des Phasenzusammenhangs, die Phasendifferenz, zeigt sich auch im (Intensitäts)-Interferenzmuster der Überlagerung.

Um den räumlichen Phasenzusammenhang bei verschiedenen Konfigurationen mit aufgeweiteten bzw. kollimierten Lichtquellen nachvollziehen zu können und zu visualisieren, wurden Simulationen mit dem Programm *Maple* durchgeführt.

Abbildungen 15a) und b) zeigen die Phaseverteilungen ($\phi_{W_1} \bmod 2\pi$) und ($\phi_{W_2} \bmod 2\pi$) der Kugelwellen W_1 und W_2 (Wellenlänge $\lambda=0,6 \mu\text{m}$) in der (x, z) -Ebene, deren Quellpunkte im Abstand d_Q nebeneinander auf der x-Achse liegen. Die Anwendung der Modulo- 2π -Funktion wurde durchgeführt, da die Ergebnisse einer rechnerischen Rekonstruktion der Phase eine ebensolche Modulation aufweisen.

W_1 und W_2 werden beschrieben durch

$$W_{1,2}(x, z) = \frac{1}{r} \cdot e^{i \cdot \phi_{K1,2}} \quad , \quad \phi_{K1,2} = |\vec{k}_K| \cdot |\vec{r}_{1,2}| \quad (3.1)$$

mit den Beträgen der Richtungsvektoren \vec{r}_1, \vec{r}_2 und Wellenvektor \vec{k}

$$|\vec{r}_{1,2}| = \sqrt{(x \pm d_Q)^2 + z^2} \quad , \quad |\vec{k}_K| = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3.2)$$

Die Formen der Interferenzmuster, die durch zwei gleichfrequente Lichtstrahlen entstehen können, wurden schon in [Ab81] beschrieben. Bei der Interferenz zweier Kugelwellen entstehen Flächen gleicher Intensität entlang von Hyperbeln, (siehe Abb. 15c)) deren Zentren in den Quellpunkten der Kugelwellen liegen. Die Interferenzintensität ergibt sich nach Gleichung 2.11 durch die Phasendifferenz $\Delta\phi$. Die Hyperbeln stellen für zwei Kugelwellen Orte gleicher Phasendifferenz dar. Für Kugelwellen berechnet sich $\Delta\phi_K(x, y)$ nach

$$\Delta\phi_K(x, z) = \phi_{W_1}(x, z) - \phi_{W_2}(x, z) = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\sqrt{\left(x + \frac{d_Q}{2}\right)^2 + z^2} - \sqrt{\left(x - \frac{d_Q}{2}\right)^2 + z^2} \right) \quad (3.3)$$

Die Phasendifferenz ($\Delta\phi_K(x, y) \bmod 2\pi$) ist in Abb. 15d) dargestellt. Bei einer, im Vergleich zu d_Q , grossen Entfernung von den Quellpunkten, können die Hyperbeln als Ebenen genähert werden. Addiert man die Phasen ϕ_{W_1} und ϕ_{W_2} , so erhält man ein Muster, das aus Ellipsoiden mit gemeinsamen Foki in den Quellpunkten von W_1 und W_2 besteht. Die Phasensumme $S\phi_K$ berechnet sich analog zu Gleichung 3.3 aus:

$$S\phi_K(x, z) = \phi_{W_1}(x, z) + \phi_{W_2}(x, z) = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\sqrt{\left(x + \frac{d_Q}{2}\right)^2 + z^2} + \sqrt{\left(x - \frac{d_Q}{2}\right)^2 + z^2} \right) \quad (3.4)$$

Dieses Muster verläuft orthogonal zum durch Phasendifferenzbildung gewonnenen Muster; ($S\phi_K(x, y) \bmod 2\pi$) ist in Abb. 15e) dargestellt. Die Ellipsoiden können bei grossem Verhältnis von Beobachtungsabstand zu d_Q als Kugelflächen genähert werden. Allgemein lässt sich sagen, dass bei einem in z-Richtung entfernten Beobachtungspunkt die höchsten Ortsfrequenzen des räumlichen Musters von $\Delta\phi_K$ in x-Richtung und von $S\phi_K$ in z-Richtung auftreten. Während die Ortsfrequenzen bei $\Delta\phi_K$ bei weiter entfernten Beob-

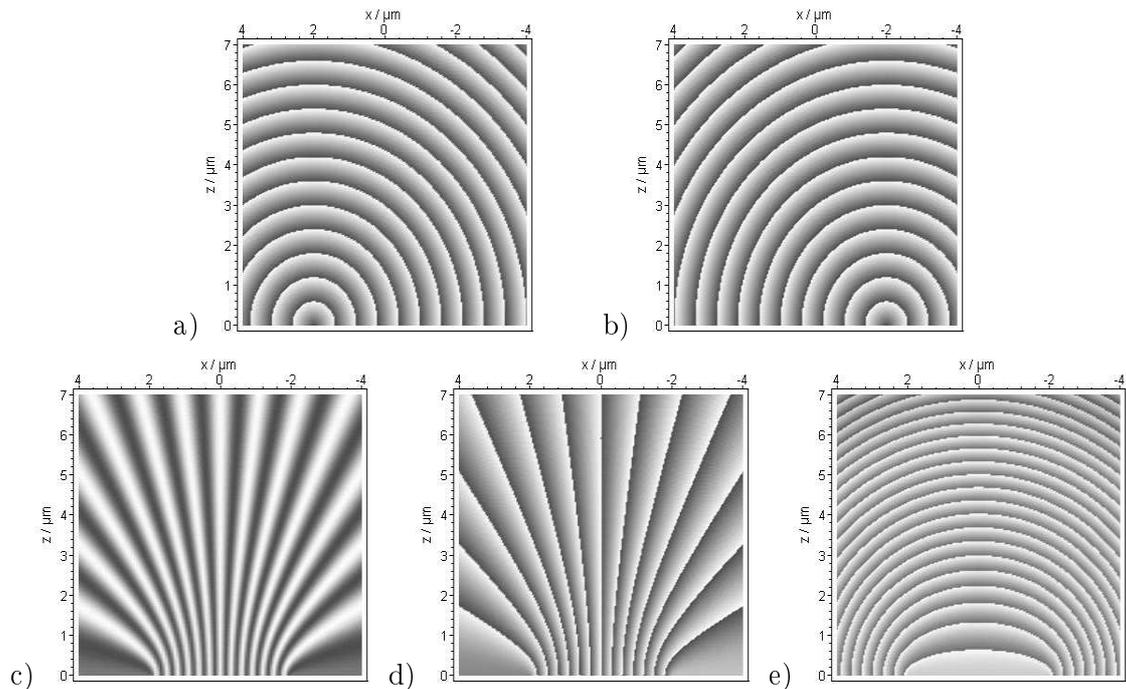


Abbildung 15: a) und b): Simulierte Phasenverteilungen $\phi_{W_1}(x, z)$ und $\phi_{W_2}(x, z)$ der Kugelwellen W_1 und W_2 ,
 c) Intensitätsmuster der Interferenz von W_1 und W_2 ,
 d) Phasendifferenz $\phi_{W_1} - \phi_{W_2}$, e) Phasensumme $\phi_{W_1} + \phi_{W_2}$.

achtungspunkt oder größerem d_Q abnehmen, konvergieren sie bei $S\phi_K$ nach $\frac{1}{2\lambda}$.
 Desweiteren wurde die Phasenbeziehung zweier gegeneinander verkippter ebener Wellen W_3 und W_4 untersucht. Die ebenen Wellen werden beschrieben durch

$$W_{3,4}(x, z) = e^{i\phi_{W_{3,4}}} \quad , \quad \phi_{W_{3,4}} = \langle \vec{k}_{3,4}, \vec{r} \rangle \quad (3.5)$$

mit

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{k}_{3,4} = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} k_{x3,4} \\ k_{z3,4} \end{pmatrix} \quad , \quad k_{x3,4} = \sin \alpha_{3,4} \quad , \quad k_{z3,4} = \cos \alpha_{3,4} \quad (3.6)$$

Hierbei ist α der Winkel zwischen Wellenfront und x-Achse. Für die Simulation wurden zwei ebene Wellen mit symmetrischen Verkippungen

$$\alpha_3 = \alpha = 21^\circ \quad , \quad \alpha_4 = -\alpha = -21^\circ \quad (3.7)$$

definiert, so dass die beiden Wellenfronten in einem Winkel von $2\alpha=42^\circ$ zueinander stehen. Durch den linearen Zusammenhang (α_3 und α_4 sind Konstanten) zwischen den Phasenfronten der beiden Wellen verlaufen auch deren Phasendifferenz sowie Phasensumme $\Delta\phi_K(x, y)$ bzw. $S\phi_K(x, y)$ linear. Abbildungen 16 a)-e) zeigen die Simulation der Intensitätsverteilung und der Phasenbeziehungen bei Überlagerung zweier ebener Wellen. Für beliebige Winkel α ergeben sich die Sensitivitätsvektoren \vec{s}_{Diff} und \vec{s}_{Sum} bei Bildung der Phasendifferenz, bzw. der Phasensumme. Diese liegen orthogonal auf den Linien gleicher Phase im jeweiligen Streifenmuster:

$$\vec{s}_{Diff} = \vec{k}_3 - \vec{k}_4 = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} \sin \alpha_1 - \sin \alpha_2 \\ \cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$\vec{s}_{Sum} = \vec{k}_3 + \vec{k}_4 = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} \sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 \\ \cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Hierbei ist zu beachten, dass \vec{s}_{Diff} und \vec{s}_{Sum} lediglich die Orientierung des Musters und nicht die Ausbreitungsrichtung der Wellen beschreiben. Für symmetrische Verkippungswinkel ($\alpha_3=\alpha=-\alpha_4$) gilt¹:

$$\Delta\phi_E(x) = \vec{r} \cdot \vec{s}_{Diff} = \frac{2\pi}{\lambda} 2x \cdot \sin \alpha \quad (3.10)$$

¹mit $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$ und $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$

$$S\phi_E(z) = \vec{r} \cdot \vec{s}_{Sum} = \frac{2\pi}{\lambda} 2z \cdot \cos \alpha \quad (3.11)$$

Phasendifferenz und Phasensumme verändern sich bei dieser Konfiguration (ebene Wellen mit symmetrischen Verkippungen) nur noch entlang einer Achse, entlang der orthogonal auf dieser stehenden Achse bleiben sie konstant.

So ist ersichtlich, wie die räumlichen Periodenlängen l_D und l_S der 2π -modulierten Musters bei Verkippung des symmetrischen Aufbaus um den Winkel γ von α , dem halben Winkel zwischen den Wellenfonten von W_3 und W_4 abhängen:

$$l_D = \frac{\lambda}{2 \cos \alpha} \quad , \quad l_S = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} \quad (3.12)$$

bzw.

$$l_{Dx}(\gamma) = \frac{l_D}{\cos(\gamma)} \quad , \quad l_{Dz}(\gamma) = \frac{l_D}{\sin(\gamma)} \quad (3.13)$$

$$l_{Sx}(\gamma) = \frac{l_S}{\sin(\gamma)} \quad , \quad l_{Sz}(\gamma) = \frac{l_S}{\cos(\gamma)} \quad (3.14)$$

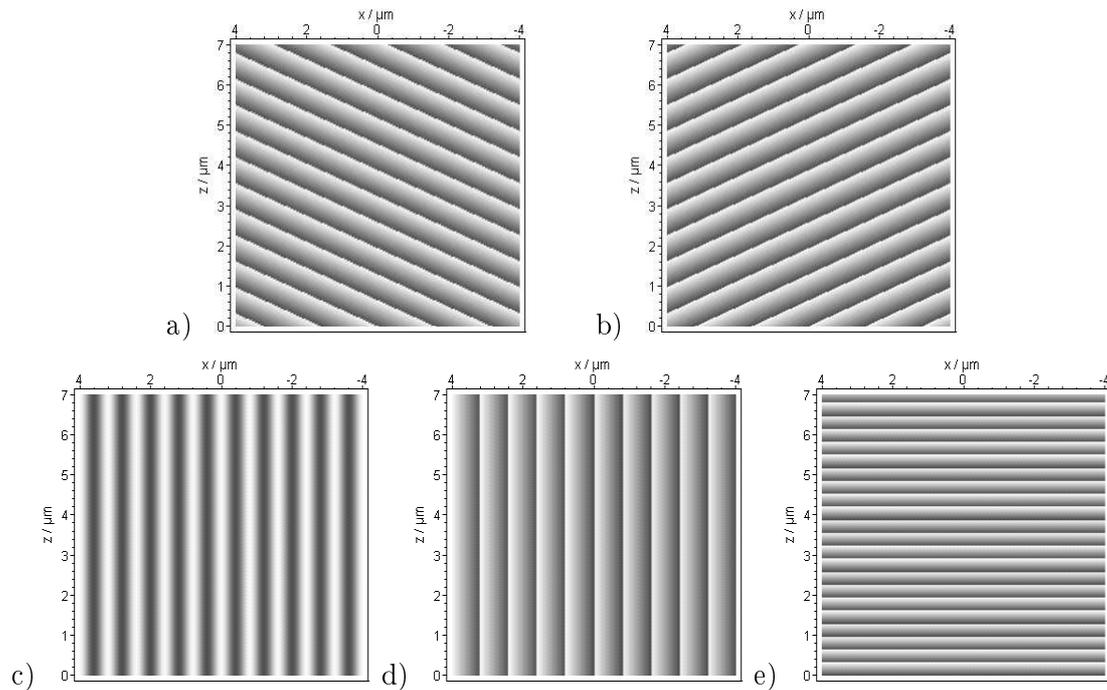


Abbildung 16: a) und b) simulierte Phasenverteilungen $\phi_{W_3}(x, z)$ und $\phi_{W_4}(x, z)$ der ebenen Wellen W_3 und W_4 ,

c) Intensitätsmuster der Interferenz von W_3 und W_4 ,

d) Phasendifferenz $\phi_{W_3} - \phi_{W_4}$, e) Phasensumme $\phi_{W_3} + \phi_{W_4}$.

3.2 Experimentalaufbau zur Digitalen Holografie

Für die Aufnahme der digitalen Hologramme wurde die Monochrom-Kamera *Megaplus ES 1.0/SC* verwendet, die über eine Auflösung von 1008x1018 Pixel verfügt; der Transport der Bilddaten an den Messcomputer erfolgte über eine Framegrabberkarte mit RS232-Schnittstelle.

Zur Aufnahme der digitalen Hologramme sowie zur Rekonstruktion der Amplituden- und Phasenverteilung wurde das Programm *FringeProcessor 3.5* verwendet. Das Programm ist für die Verarbeitung digitaler Hologramme sowie für interferometrische Messungen konzipiert und verfügt über alle benötigten Routinen, so dass keine zusätzliche Programm-Module erstellt werden mussten.

Als erster Aufbau wurde eine sehr einfache Konfiguration gewählt, wie sie in [Kr04] und in anderen Publikationen zu finden ist. Dieser Aufbau bietet zwar keine optimalen Voraussetzungen für die Hologrammaufnahme, ist jedoch sehr übersichtlich und mit wenigen Komponenten zu realisieren. Abbildung 17 zeigt den Lichtweg durch den Aufbau.

Mit einem Fernrohr (Vergrößerung $\Gamma=10$, $f_{Okular}=200$ mm, $f_{Objektiv}=-20$ mm) wird der Strahl eines Helium-Neon-Lasers auf einen Durchmesser von 120 mm aufgeweitet. Der aufgeweitete Laserstrahl wird von einem Strahlteilerwürfel in zwei Einzelstrahlen aufgespalten, ein Strahl beleuchtet das Objekt (Objektwelle), der andere wird umgelenkt und direkt auf das CCD geworfen (Referenzwelle). Das Objekt verhält sich annähernd wie ein streuender Lambertscher Strahler², so dass die Intensität der Objektwelle in den kompletten Halbraum abgestrahlt wird. Von der Intensität der Objektwelle gelangt also, im Gegensatz zur Referenzwelle, die direkt auf das CCD gespiegelt wird, ein relativ geringer Anteil auf das CCD. Um annähernd gleiche Intensitäten von Objekt- und Referenzwelle auf dem CCD zu erhalten, wird die Referenzwelle mit einem Neutralfilter NF abgeschwächt.

Als Testobjekt wurde ein 10mm x 12mm x 20 mm großer Spielzeug-Roboterkopf mit streuender Oberfläche verwendet. Der maximale Objektwinkel 2α kann durch Umstellung von Formel 2.38 berechnet werden:

$$2 \cdot \alpha = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{\lambda}{2d_{Pixel}}\right) \quad (3.15)$$

Mit einem Pixelabstand von 9 μm ergibt sich $2\alpha = 4,03^\circ$. Aus der Objektausdehnung von 20 mm folgt ein minimaler Abstand $d_{Objekt-CCD}$ von 28,42 cm; da der verkippt auftreffende Referenzstrahl bei dieser Berechnung unberücksichtigt bleibt, wurde das Objekt

²Richtungsabh. Streuung der Intensität $I = I_0 \cdot \cos \alpha$, mit Winkel α zur Oberflächennormalen, ([PP05])

zunächst in einer Entfernung $d_{\text{Objekt-CCD}}$ von 100 cm aufgestellt.

Mit dem Aufbau wurden nun Hologramme aufgenommen und mit dem *Fringe-Processor*-Modul *Digital Holography* im Live-Modus rekonstruiert. Hierfür wurden die bekannten Parameter für Wellenlänge des verwendeten Lichts, Abstand des Objekts, etc. in den Programmdialog eingegeben, als Abstand des Quellpunktes der Referenzwelle wurde der höchstmögliche Wert (annähernd ∞) gewählt, da eine ebene Referenzwellenfront angenommen werden konnte. Da der Rekonstruktionsalgorithmus gegenüber diesen Parametern relativ sensibel und der Aufbau nur bedingt justierbar ist, ergab die erste Rekonstruktion mit voreingestellten Parametern nicht das optimale Ergebnis. Eine Fehlschätzung der Entfernung des Quellpunktes des Referenzstrahls oder des Objektabstands kann jedoch durch Korrektur des jeweils anderen Parameters ausgeglichen werden; der Parameter des Objektabstands musste empirisch variiert werden, um eine möglichst scharfe Rekonstruktion zu erhalten.

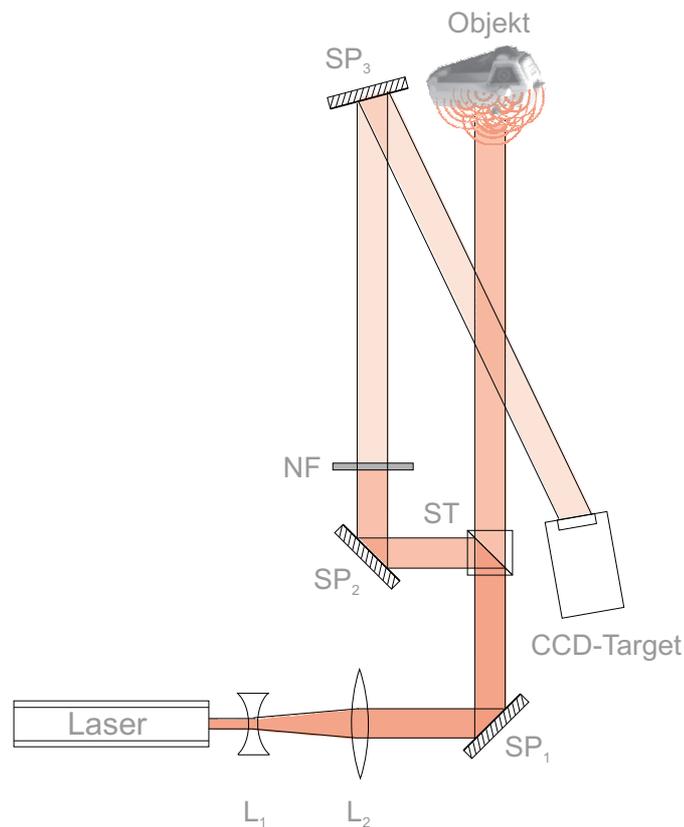


Abbildung 17: Erster Aufbau zur Aufnahme von digitalen Hologrammen.

Als störend wirkte sich die Tatsache aus, dass Referenz- und Objektstrahl nicht im gleichen Winkel auf das CCD treffen. Um zu hohe Ortsfrequenzen in der Hologrammebene zu vermeiden, wurde der Umlenkspiegel S3 in geringerem Abstand zum Objekt aufgestellt. Durch diese Korrektur konnte die Qualität des Hologramms erheblich gesteigert werden.

Ein alternativer Aufbau wurde durch die Verwendung eines Michelson-Interferometers realisiert. Der aufgeweitete Laserstrahl wird hier ebenfalls von einem Strahlteiler in Objekt- und Referenzwelle aufgespalten, Objekt und Spiegel stehen jedoch direkt in deren Ausbreitungsrichtung. Aufgrund der Geometrie des Strahlteilerwürfels verlassen die gestreute Objektwelle sowie die reflektierte Referenzwelle die gleiche Seite des Strahlteilerwürfels, an der das CCD aufgestellt wird. Der Vorteil dieses Aufbaus besteht in seiner Kompaktheit, zudem wird der Winkel der Wellenfronten von Objekt- und Referenzwelle zum CCD sehr klein gehalten und kann einfach nachjustiert werden. Der Strahlteilerwürfel sollte allerdings ein wenig verkippt sein, um durch Störreflexionen entstehende Mehrfachbilder in der Rekonstruktion zu vermeiden. Für die Beleuchtung aus zwei Richtungen ist der Aufbau jedoch leider ungeeignet, da durch Verkipfung des Strahlteilerwürfels beide Strahlen beeinflusst werden.

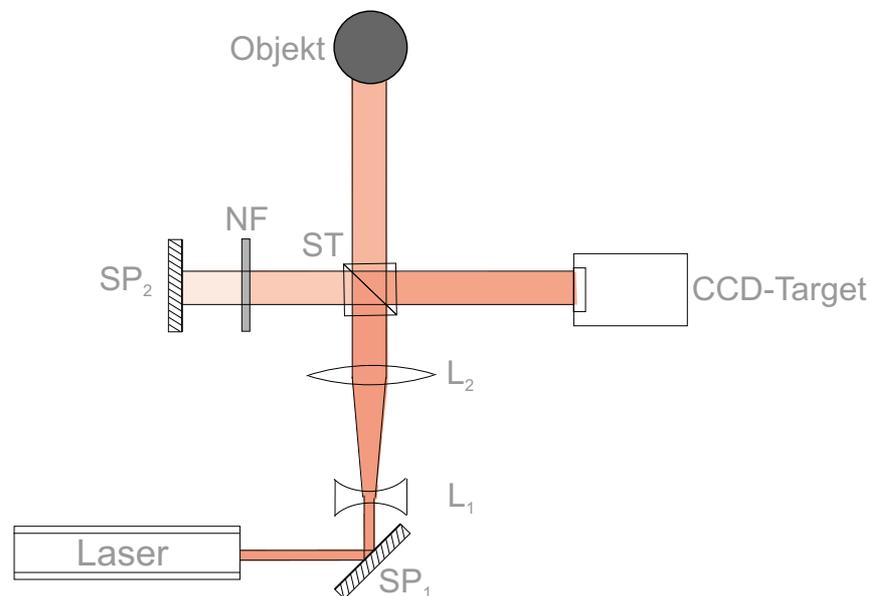


Abbildung 18: Aufbau zur digitalen Holografie mit Michelson-Interferometer.

Es wurden verschiedene kleinere (bis ca. 1,5 cm) Objekte holografiert. Besonders kontrastreich bei der Rekonstruktion war ein Spielzeug-Roboterkopf aus weißem Plastik mit metallischem Aufkleber.

Das Programm *Fringe Processor* wurde sowohl zur Aufnahme des Hologramms als auch zur Rekonstruktion verwendet. Die Rekonstruktion kann hiermit wahlweise mit dem Fresnel- oder dem Faltungsansatz berechnet werden, die zur Berechnung benötigten Parameter werden über einen Dialog eingegeben. In der Modulkategorie *Grabbing*, die zur Aufnahme verwendet wird, befindet sich auch ein Modul *Digital Holography*, mit dem die Rekonstruktion während eines Livegrabs nahezu in Echtzeit vorgenommen werden kann. Bei Betrachtung der Live-Rekonstruktion können die Parameter *Verkipfung des Referenzstrahls*, *Abstand des Beleuchtungsquellpunkts* und *Objektstand* in den Dialog eingegeben und auf eine möglichst kontrastreiche und scharfe Rekonstruktion abgeglichen

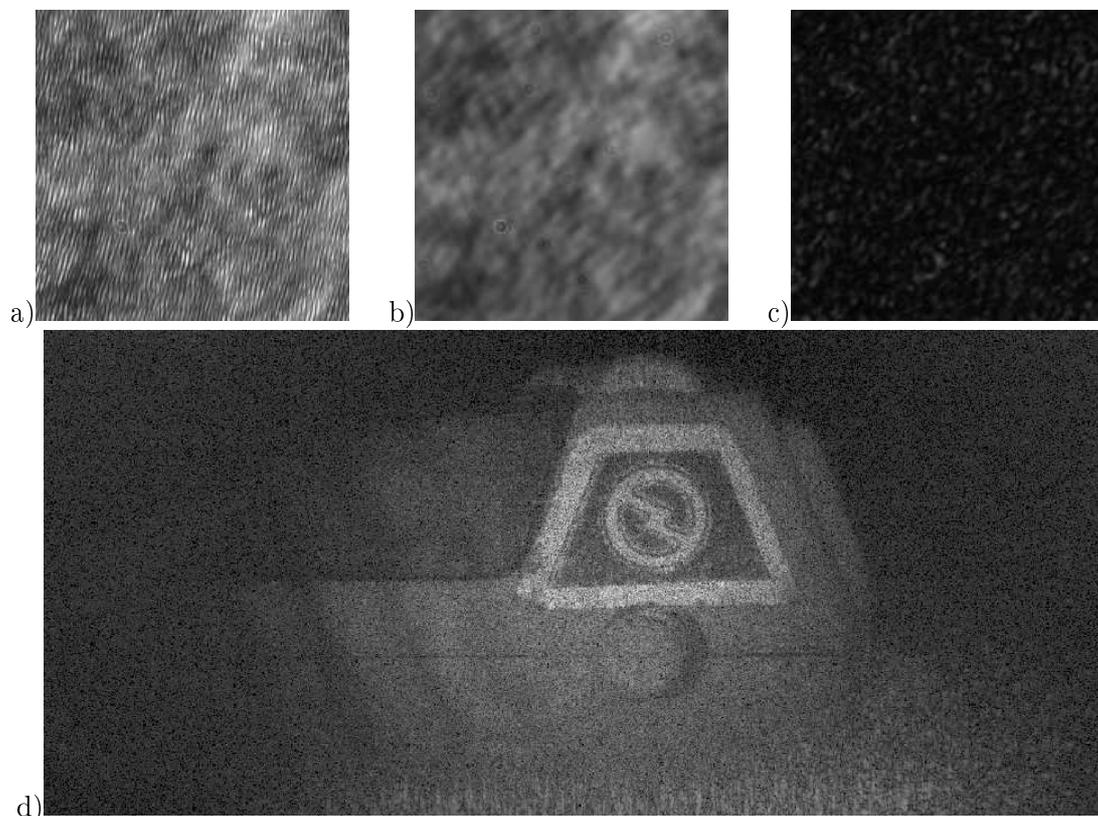


Abbildung 19: a)-c) Ausschnitte von mit einem Holografieaufbau erstellten Aufnahmen :
 - a) Referenzwelle + Objektwelle (digitales Hologramm)
 - b) nur Referenzwelle , c) nur Objektwelle
 d) Mit Fresnel-Methode rekonstr. Intensität i.d. Objektebene(Ausschnitt).

werden.

3.3 Verformungsdetektion durch Phasendifferenzbildung

Zur Demonstration der Phasendifferenzbildung (siehe Kapitel 2.4.2) wurde mit dem in Abbildung 18 dargestellten Aufbau mit Michelson-Interferometer eine holografisch-interferometrische Verformungsmessung an einem einfach zu verformenden Objekt in verschiedenen Zuständen vorgenommen. Als Objekt wurde eine mit weißem Mattlack eingesprühete, kreisförmig eingefasste Aluminiumplatte (siehe Abbildung 21a)) verwendet. Der Mattlack bildet eine weiße Schicht, die besonders gute Streueigenschaften besitzt. Diese wurde mit einem zentral zur Fassung sitzenden Eisenstift ausgebeult, die Position des Eisenstifts und damit die maximale Verformung des Objekts wurde über eine Mikrometerschraube verändert.

Vom Objekt wurden im Originalzustand und in drei verschiedenen Verformungszuständen die Hologramme $H1-H4$ aufgenommen, der betrachtete Bereich befand sich leicht unterhalb der Mitte der Aluminiumplatte. Hierfür wurde die zentrale Ausbeulung des Objekts zwischen den Aufnahmen durch Drehen der Mikrometerschraube um jeweils $10\mu\text{m}$ erhöht; $H2-H4$ dokumentieren also eine Verformung von $10\mu\text{m}$, $20\mu\text{m}$ und $30\mu\text{m}$ gegenüber $H1$.

Zur Auswertung wurde die Phase ϕ_H in der Objektebene für alle Hologramme H mit der

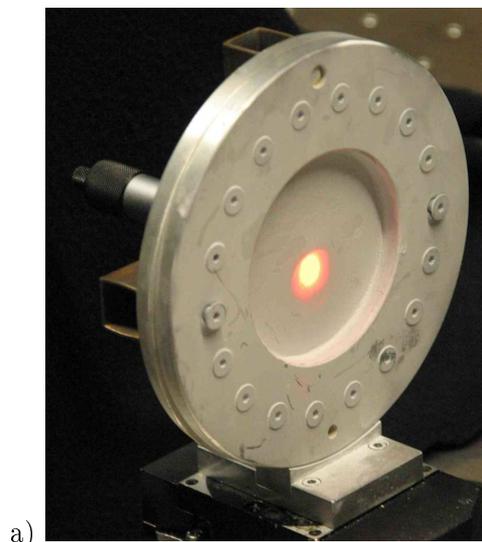


Abbildung 20: a) Objekt für Verformungsmessung (zentrisch belastete Aluminiumplatte)

Fresnel-Methode rekonstruiert, und die Phasendifferenzen $\Delta\phi_{(2-1)}$ bis $\Delta\phi_{(4-1)}$ gebildet:

$$\Delta\phi_{(n-1)} = (\phi_{Hn} - \phi_{H1}) \bmod 2\pi \quad , \quad n = 2, 3, 4 \quad (3.16)$$

Abbildungen 21 a)-c) zeigen die Phasendifferenzbilder $\Delta\phi_{(2-1)}$ bis $\Delta\phi_{(4-1)}$ nach Filterung mit einem modellbasierten *sin-cos*-Filter; die Filterung unterdrückt das Phasenrauschen und erhält gleichzeitig die 2π -Sprünge. Die gefilterten Bilder wurden nun demoduliert, so dass sich ein stetiger Phasenverlauf ergibt. Abbildungen 21 d) und e) zeigen beispielhaft das demodulierte Phasendifferenzbild $\Delta\phi_{Dem(2-1)}$.

Bei Betrachtung von 21 a)-c) wird ersichtlich, dass aus der Zunahme der Objektverformung zwischen zwei Aufnahmen ein größerer Gradient im Phasendifferenzbild folgt, der sich als Abnahme der Abstände zwischen den 2π -Sprüngen in dem modulierten Phasendifferenzbild ausdrückt.

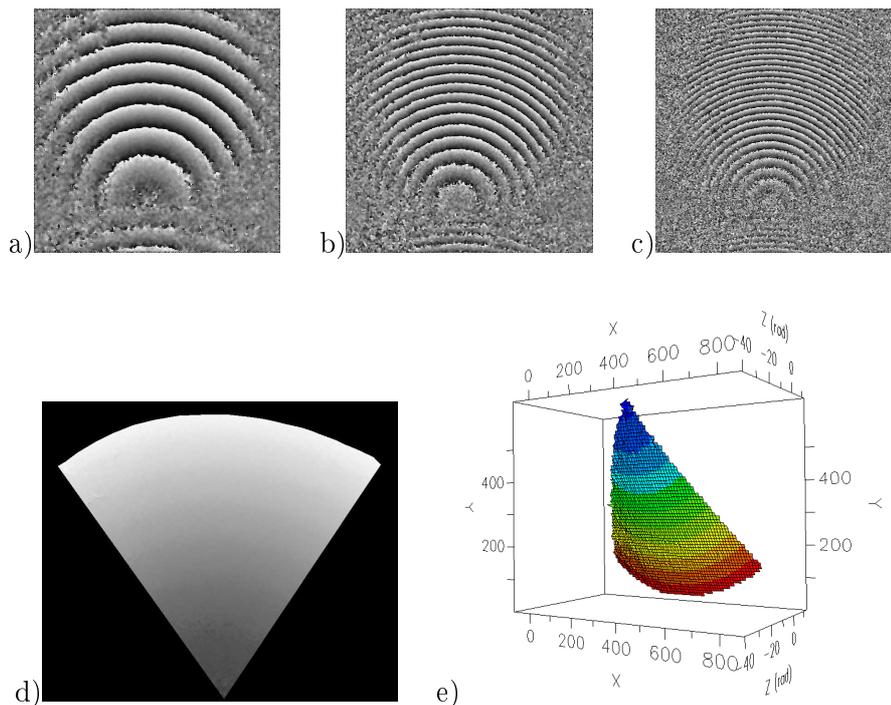


Abbildung 21: Verformungsdetektion durch Phasendifferenzbildung:

- a) bis c) Phasendifferenzbilder $\Delta\phi_{(2-1)}$, $\Delta\phi_{(3-1)}$, $\Delta\phi_{(4-1)}$, jeweils gefiltert
- d) maskierter Ausschnitt von $\Delta\phi_{Dem(2-1)}$
- e) Höhendarstellung von $\Delta\phi_{Dem(2-1)}$.

3.4 Entwicklung eines Kalibrierungsansatzes

Zur Extraktion von Formdaten aus der Phasendifferenzkarte $\Delta\phi_C$ ist eine Kalibrierung unter Einbeziehung des Geometriemodells für das 2-BR-Contouring erforderlich.

Für die hier beschriebene Kalibrieremethode wird der Einsatz von ebenen Beleuchtungswellen und damit ein linear verlaufendes Interferenzmuster vorausgesetzt. Weiterhin wird vorausgesetzt, dass sich die optische Achse der Kamera und beide Beleuchtungsvektoren in einer Ebene befinden.

Die Sensitivität des Contourings ist, wie in Abschnitten 2.4.3.2 und 3.1 beschrieben, vom Winkel α zwischen den Beleuchtungsrichtungen und dem Winkel γ zwischen mittleren Beleuchtungsvektor und Beobachtungsvektor abhängig. Das 2-BR-Contouring wird mit kleinem Winkel γ zwischen Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung durchgeführt, da die Ortsfrequenz des Phasendifferenzmusters schon bei relativ kleinen Winkeln so hoch ist, dass die Streifen vom CCD nicht mehr aufgelöst werden.³ Eine genaue Bestimmung von α ist daher oft umständlich. Die vorgestellte Kalibrieremethode kann ohne Kenntnis über die Winkel α und γ durchgeführt werden.

Der Ablauf der Kalibrierung kann in drei Abschnitte unterteilt werden, die Umsetzung der demodulierten Phasendifferenz $\Delta\phi_C$ in eine in Phasenwinkel (Einheit rad) skalierte Höhenkarte, die metrische Skalierung in x und y-Richtung (Einheit m/Pixel), und die metrische Skalierung der Höhenkarte (Einheit m/rad).

Durch die schräge Beleuchtung des Objekts ist in der Phasendifferenzkarte $\Delta\phi_C$ ein nur von der x-Position in der Objektebene abhängiger Phasenanteil vorhanden, dieser kann als lineare Phasenrampe in x-Richtung beschrieben werden. Um die Phasenwinkel-skalierte Höhenkarte $\Delta\phi_{z,C}$ in z-Richtung zu extrahieren, muss diese Phasenrampe von $\Delta\phi_C$ subtrahiert werden. Hat die Objektform keinen linearen Anteil (ideale Kugel- oder Zylinderoberfläche), so kann die Steigung P_x der Phasenrampe durch lineare Regression von $\Delta\phi_C$ bestimmt und von $\Delta\phi_C$ subtrahiert werden; Voraussetzung ist jedoch, dass das komplette Objekt beleuchtet wird. Bei Oberflächen mit linearem Anteil führt diese Vorgehensweise zu einer verfälschten Darstellung. Die Phasenrampe in x-Richtung kann vermessen werden, indem ein ebenes Objekt in die (x,y)-Ebene, also parallel zum Sensor in die Objektebene gebracht wird und mit dieser ein Vorcontouring durchgeführt wird. Die daraus entstehende Phasenrampe ist mit Rauschen überlagert und kann durch line-

³Maximaler Winkel $\alpha = 0,5^\circ$ bei digital-holog. Aufnahme mit Standard-CCD, HeNe-Laserlicht als Beleuchtungsquelle, 50 cm Objektstand, $\gamma=20^\circ$ und ebenem Objekt.

re Regression extrahiert werden.

Die Faktoren zur metrischen Pixelskalierung in x und y-Richtung, Δx_R und Δy_R , sind durch den Rekonstruktionsalgorithmus bedingt. Alternativ können Δx_R und Δy_R durch Vermessung eines bekannten Abstands (Einheit Pixel) in der Rekonstruktion bestimmt werden.

Die Bestimmung des metrischen Skalierungsfaktors F_z für $\Delta\phi_{z,C}$ kann durch die Messung eines bekannten Tiefenabstands in $\Delta\phi_{C,z}$ geschehen. Hierfür eignet sich ebenfalls eine ebene Fläche, die um einen definierten Winkel gegenüber der Objektebene in Richtung des Beleuchtungsarms verkippt ist. Die Ebene erzeugt eine vom Kippwinkel abhängige lineare Phasenrampe in x-Richtung, F_z kann durch das Verhältnis von Δx_R zur Steigung P_z dieser Phasenrampe berechnet werden. Bei einem Kippwinkel von 45° ergibt sich:

$$F_z = \frac{\Delta x_R}{P_z} \quad (3.17)$$

Das Höhenbild $C(x_R, y_R)$, das die Tiefe in z-Richtung für die Koordinate $(x, y) = (x_R \Delta x_R, x_R \Delta y_R)$ in einem metrisch skalierten Grauwert wiedergibt, wird berechnet durch:

$$C(x_R, y_R) = \Delta\phi_{z,C} \cdot F_z \quad (3.18)$$

Das beschriebene Modell setzt einen linearen Zusammenhang zwischen allen Messgrößen und einen konstanten Beobachtungsvektor (Parallelprojektion) voraus. In der Realität treten jedoch auch nichtlineare Effekte, wie perspektivische Verzerrungen durch einen über die Objektfläche veränderlichen Beobachtungsvektor (siehe [Kr04]), sowie Linsenaberrationen durch die zur Strahlaufweitung verwendeten Optiken auf.

Die Korrektur dieser Effekte in einer z-Ebene könnte durch Abgleich der Messdaten mit linearen bzw. nichtlinearen Korrekturfunktionen realisiert werden.

Formerfassung durch 2-BR-Contouring

4.1 Kalibriertes Contouring

Zur Durchführung des 2-BR-Contourings wurde in einen bestehenden Aufbau eine Beleuchtungseinheit integriert, mit der ein sehr kleiner Kippwinkel zwischen den Beleuchtungsstrahlen erzeugt werden konnte (siehe Abbildung 22). Als Objekt wurde eine mit weißem Mattlack behandelte Schraube mit M6-Gewinde verwendet, ein Foto des Objekts ist in Abbildung 23a) zu sehen.

Um ein gutes Amplitudenverhältnis zwischen \underline{E}_{ref} und \underline{E}_{obj} zu erzeugen, wurde zur Aufteilung des von Laser kommenden Strahls in Referenz- und Beleuchtungsstrahlen der Glaskeil ST_1 verwendet. Dieser reflektiert 4% der Intensität des Strahls, dieser Anteil wird als Referenzstrahl verwendet, 96% werden transmittiert und bilden den Objektstrahl. Zur Aufweitung des Referenzstrahls wurde die Negativlinse L_3 ($f'=-50$ mm) in einer Lauf-längenentfernung von 107 cm zum Sensor entfernt aufgestellt; das Objekt befand sich 75 cm vom Sensor entfernt.

Kernstück des Aufbaus ist der ähnlich einem Mach-Zehnder-Interferometer aufgebaute Beleuchtungsarm OG (siehe Abbildung 22). Mit diesem wird die Aufteilung des Beleuchtungsstrahls in zwei Einzelstrahlen realisiert, die Verkippung der beiden Teilstrahlen zueinander kann über die Verkippung von ST_2 eingestellt werden. Die Aufweitung beider Objektstrahlen erfolgte über ein aus den Linsen L_1 ($f'_1=-20$ mm) und L_2 ($f'_2=200$ mm) zusammengesetztes Galilei-Fernrohr mit Vergrößerung $\Gamma=-10$.

Um einen größtmöglichen Überlappungsbereich zwischen den Strahlen auf dem Objekt zu erzielen, wurde der Beleuchtungsarm OG durch Verschiebung und Verkippung von ST_2 so eingestellt, dass sich die beiden Objektstrahlen auf der Objektoberfläche schneiden. Hieraus ergibt sich ein größerer Abstand zwischen den beiden Objektstrahlen in der Ebene des Fernrohrs; Verzerrungen des Interferenzmusters aufgrund von Linsenfehlern, die verstärkt durch die außeraxiale Bestrahlung der Linsen hervortreten, wurden bei der Auswertung nicht berücksichtigt. Zur Aufnahme der für das 2-BR-Contouring benötigten

digitalen Hologramme wurde jeweils ein Objektstrahl ausgeblendet, indem der entsprechende Beleuchtungsstrahl in *OG* manuell blockiert wurde. Hierdurch entstanden zwei Hologramme des jeweils aus einer anderen Richtung beleuchteten Objekts.

Um Phasendekorrelation zu vermeiden, wurden die Aufnahmen rasch hintereinander ausgeführt; während der gesamten Messung wurde auf eine vibrationsarme Umgebung geachtet. Die Auswertung der Hologramme wurde komplett mit dem Programm *Fringe Processor* realisiert. Zur Feinabstimmung des Objektabstands wurde zunächst eine Intensitätsrekonstruktion im Livemodus durchgeführt (Modul *Grabbing*) und die Objektentfernung iterativ angepasst, bis eine möglichst scharfe Objektoberfläche zu sehen war.

Mit den beiden Hologrammen wurde ein Vorcontouring durchgeführt. Um eine gut auflösbare Streifenfrequenz in $\Delta\phi_C$ zu erhalten, wurde der Winkel zwischen den Objektstrahlen entsprechend nachkorrigiert, bis ein subjektiv gutes Demodulationsergebnis mit stetigem Phasenverlauf erzielt werden konnte.

Ein Ausschnitt aus der (modellbasiert) gefilterten Differenzphasenkarte ist in Abbildung 24a) dargestellt. Aus dieser Differenzphasenkarte wurde durch Demodulierung eine ver-

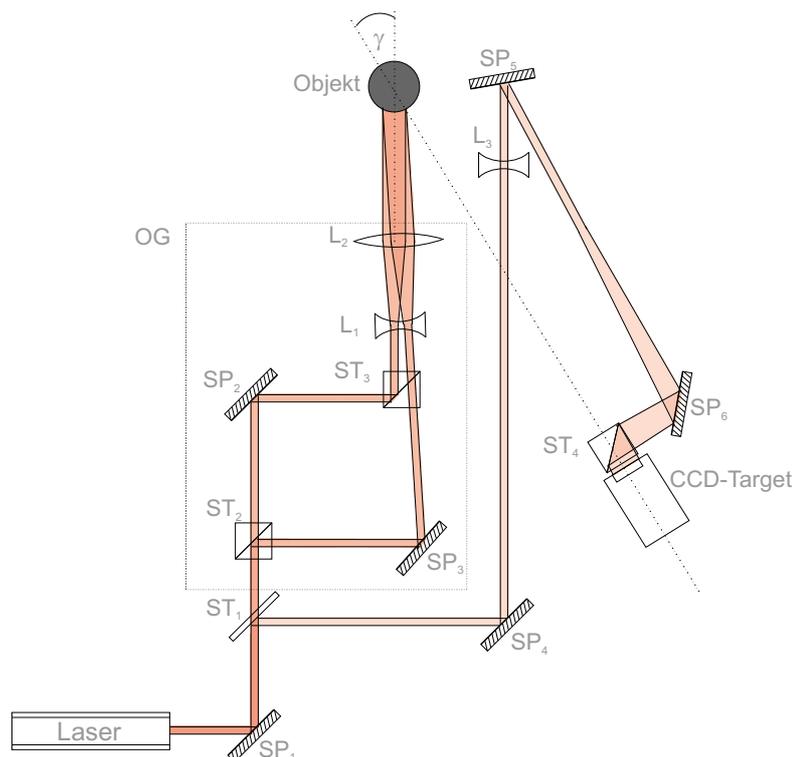


Abbildung 22: Aufbau zum Contouring mit zwei Beleuchtungsrichtungen.

stetigte Differenzphasenkarte $\Delta\phi_C$ erzeugt. Um das Demodulierungsergebnis zu verbessern, wurde eine Maske erstellt, die den Objektbereich definiert. Diese wurde dem Demodulierungsalgorithmus übergeben. Die Kalibrierung des Aufbaus wurde an dem Objekt selbst durchgeführt. Aufgrund seiner annähernd symmetrischen Form konnte die Steigung P_x der Phasenrampe in x-Richtung mittels Durchführung einer linearen Regression aus dem Phasendifferenzbild $\Delta\phi_C$ des Objekts bestimmt werden. Das Ergebnisbild $\Delta\phi_{z,C}$ ist in Abbildung 24c) dargestellt.

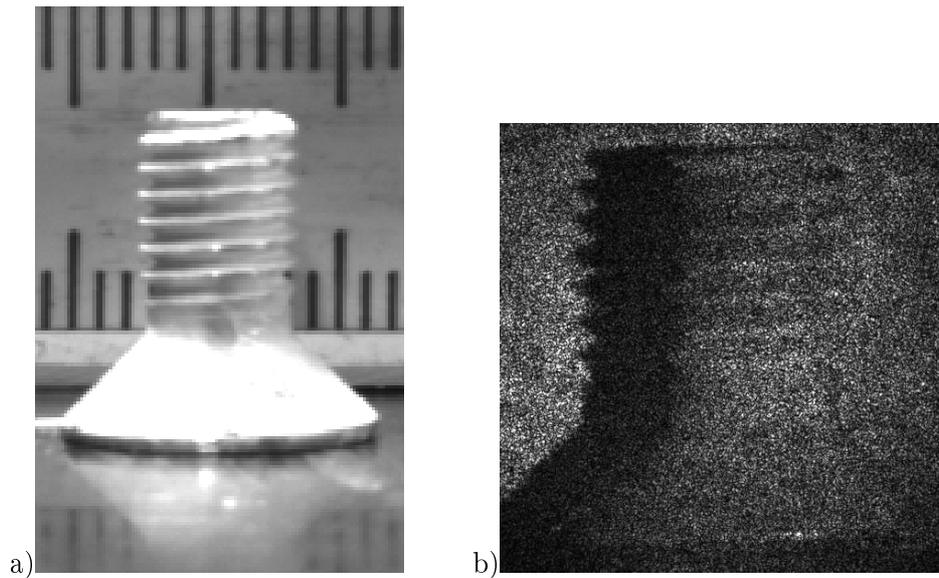


Abbildung 23: a) Testobjekt für 2-Beleuchtungsrichtung-Contouring
b) Intensitätsrekonstruktion (Obj. mit Schattenwurf) aus Hologramm.

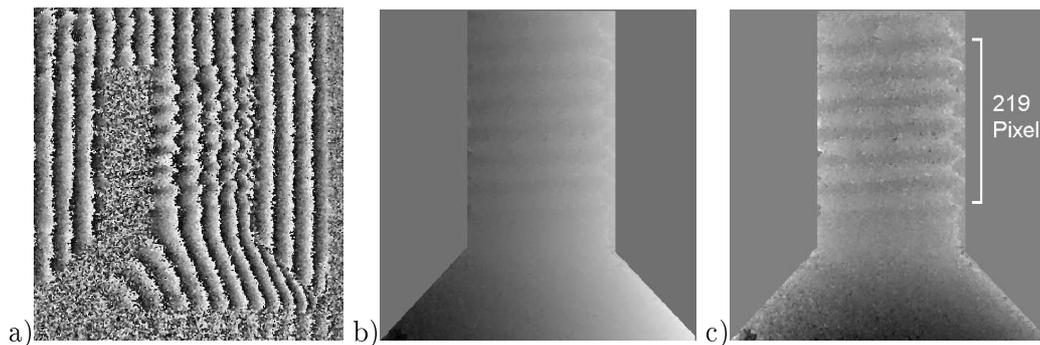


Abbildung 24: Beseitigung der linearen Phasenrampe:
a) 2- π -modulierte Differenzphasenkarte
b) Maskierte, demodulierte Differenzphasenkarte $\Delta\phi_C$
c) Unskalierte Höhenkarte P_z mit Markierung .

Zur Ermittlung der metrischen Skalierung der (x,y)-Ebene wurde die Steigung $\Delta_{x,S}$ des Schraubengewindes in Bild $\Delta\phi_{z,C}$ über sechs Windungen in Pixeln gemessen (siehe Abbildung 24c)); mit dem aus den Spezifikationen der Schraube bekannten Abstand $d_{x,S}$ von 1mm wurde Δx_R berechnet:

$$\Delta x_R = \frac{d_{x,S}}{\Delta_{x,S}} \quad (4.1)$$

Da die verwendete Kamera quadratische Pixel hat, ergab sich $\Delta x_R = \Delta y_R$. Zur Berechnung des Skalierungsfaktors F_z wurde die Grauwertdifferenz $P_{z,S}$ zwischen Kante des Schraubenkopfes und Anfang des Schraubengewindes in P_z , und die entsprechende Entfernung $d_{z,S}$ am Objekt mit einer Schieblehre gemessen. F_z wurde aus dem Verhältnis $d_{z,S}/P_{z,S}$ berechnet:

$$F_z = \frac{d_{z,S}}{P_{z,S}} \quad (4.2)$$

Durch metrische Skalierung von $\Delta\phi_{z,C}$ mit dem Faktor F_z wurde das Höhenbild $C(x_R, y_R)$

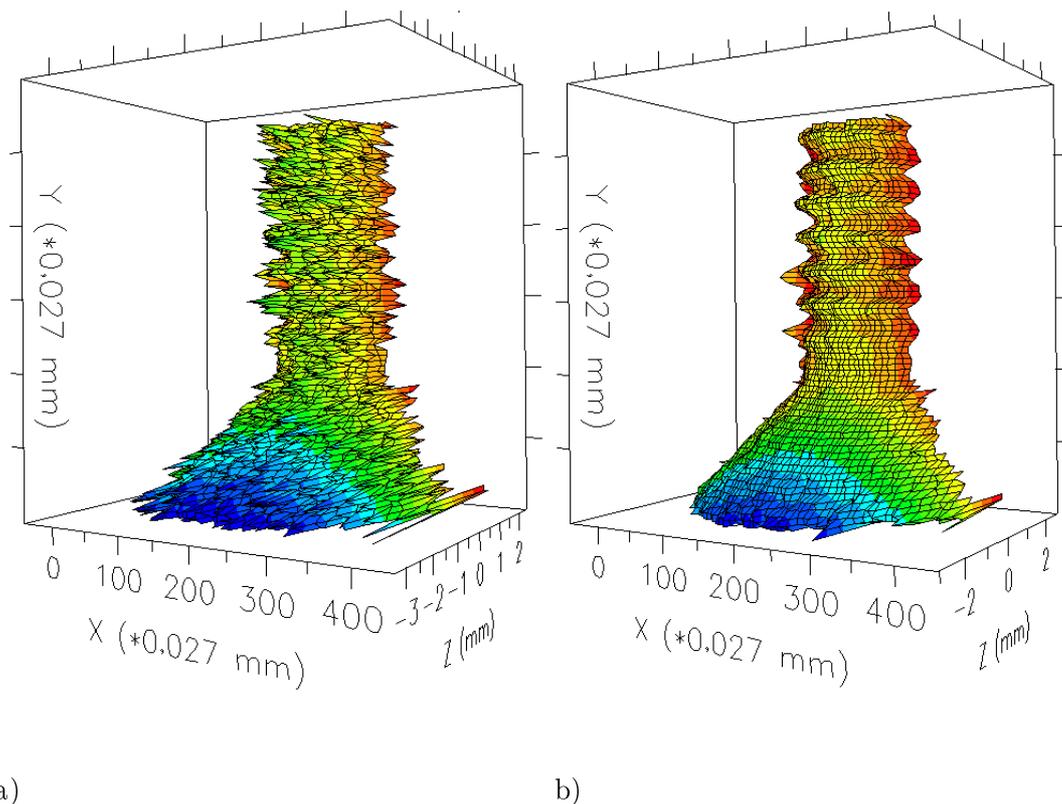


Abbildung 25: Ergebnisbild $C(x_R, y_R)$

a) ungefiltert

b) nach Filterung mit 7x7-Median-Kernel($C_M(x_R, y_R)$)

berechnet. Da dieses stark verrauscht ist, wurde eine Filterung mit einem Median-Kernel der Größe 7×7 vorgenommen. Die Ergebnisbilder $C(x_R, y_R)$ und $C_M(x_R, y_r)$ (gefiltert) sind in Abbildungen 25 dargestellt. Für die Standardabweichung s des Differenzbilds $C(x_R, y_R) - C_M(x_R, y_r)$ ergab sich ein Wert von 0,27 mm.

Die Fehlerschätzung bei der verwendeten Kalibrieremethode bezieht sich auf eine Ungenauigkeit von ± 4 Pixeln beim Ermitteln der Abstände in $\Delta\phi_{z,C}$, sowie einer Messungenauigkeit von 0,1 mm bei Messungen mit der Schieblehre. Der Fehler bei der Ermittlung von P_x wurde auf $\pm 7\%$ geschätzt. Da die Parameter F_z und Δx_R entlang der y-Achse vermessen wurden, wirkt sich der Fehler von P_x auf diese nicht aus.

P_x	$\Delta_{x,S}$	$\Delta_{x,R}$
$0,17 \pm 0,01$ rad/Pixel	$36,5 \pm 0,7$ Pixel	$0,0274 \pm 0,0005$ mm/Pixel

$P_{z,S}$	$d_{z,S}$	F_z
$8,3 \pm 0,1$ rad	$2,6 \pm 0,1$ mm	$0,343 \pm 0,008$ mm/rad

Tabelle 2: Parameter der Kalibrierung.

4.2 Contouring mit erweiterter Kalibrierung

Zur Validierung des in Abschnitt 3.4 beschriebenen Kalibriermodells wurde ein zweites 2-BR-Contouring unter Verwendung der Objektform-unabhängigen Kalibriermethode durchgeführt.

Für die Messung wurde der im Rahmen der in Kapitel 5 beschriebenen Anpassung des Messaufbaus gestaltete Aufbau verwendet, bei dem die Selektion der Beleuchtungsrichtung durch Drehen eines Polarisationsfilters durchgeführt werden konnte (siehe Abbildung 26). Der Aufbau ist nur für metallische Objekte geeignet, da das Prinzip der Strahlteilung auf einer polarisationserhaltenden Streuung der Beleuchtungswellen durch das Objekt basiert. Die Aufteilung der Beleuchtungsstrahlen erfolgte hierbei durch eine Kombination aus polarisationstrennendem Strahlteiler PST und Spiegel S1. Diese Konstellation ist weniger sensitiv gegenüber Schwingungen als die im letzten Abschnitt beschriebene, durch eine Mach-Zehnder-Interferometeraufbau realisierte Konstellation, da die Stabilität des Strahlwinkels durch Verwendung von weniger Umlenkspiegeln verbessert wird. Als Messobjekt wurde eine vom SFB 570 zur Verfügung gestellte zylindrische Welle verwendet. Da deren Oberfläche im Vergleich zu einem gewissen Objekt relativ

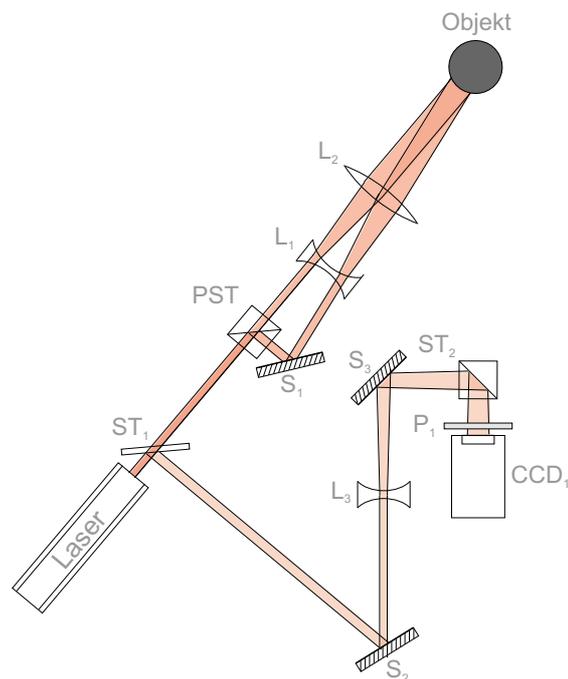


Abbildung 26: Modifizierter Aufbau für 2-BR-Contouring.

dunkel ist, wurde die Entfernung D von Objekt zu CCD-Sensor von 75 cm auf 53 cm reduziert, um eine ausreichende Intensität der Objektwelle auf dem Sensor zu gewährleisten. Um die Sensitivität des Verfahrens zu steigern, wurde der Winkel γ zwischen Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung vergrößert. Die Qualität der Hologramme und der durch Vorcontouring erzeugten Differenzphasenkarten wurde durch die beschriebenen Modifikationen im wesentlichen nicht beeinflusst.

4.2.1 Kalibrierung

Als Kalibrierobjekt wurde eine seitlich eingespannte Metallplatte verwendet. Um Schwingungen der Platte zu unterdrücken, wurde diese berührend an das fest mit dem optischen Tisch verschraubte Messobjekt gebracht.

Mit dem Kalibrierobjekt wurde jeweils ein Vorcontouring im unverkippten (0° zur (x,y) -Ebene) und im verkippten (45° zur (x,y) -Ebene) Zustand durchgeführt, hieraus entstanden die Phasendifferenzkarten $\Delta\phi_{P0}$ und $\Delta\phi_{P45}$. Aus $\Delta\phi_{P0}$ wurde mittels linearer Regression die Steigung P_x ermittelt. Die 2π -modulierte Phasenkarte $\Delta\phi_{P45,mod}$ (siehe Abbildung 28 b)) ist stark verrauscht, die 2π -Phasensprünge sind jedoch deutlich zu erkennen; das Demodulationsergebnis $\Delta\phi_{P45}$ war aufgrund von Unstetigkeiten nicht

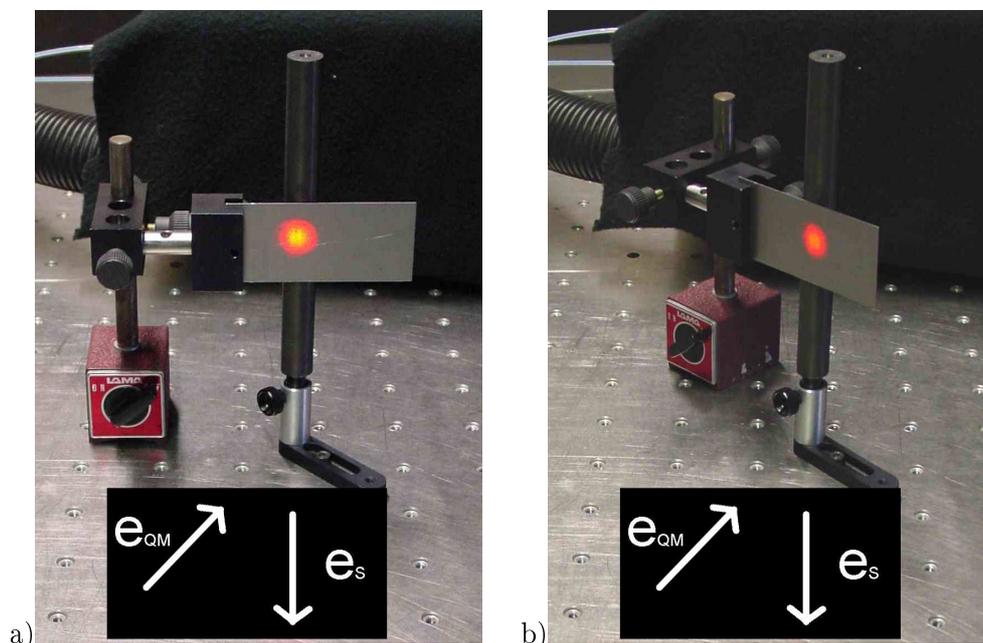


Abbildung 27: Kalibrierung mit ebenem Objekt:

a) Objekt in (x,y) -Ebene , b) Verkippfung um 45° .

brauchbar. Da auch durch Aufrauen der Oberfläche des Kalibrierobjekts (bessere Streueigenschaften) keine Verbesserung in $\Delta\phi_{P45}$ erzielt werden konnte, wurde P_z mittels Division der Anzahl der 2π -Phasensprünge durch die entsprechende Pixelstrecke ermittelt.

Der Sensor der zur Aufnahme verwendeten Kamera *MegaplusES1.0* hat eine Auflösung von 1008x1018 Pixeln und einen Pixelabstand von $9 \mu\text{m}$. Die aufgenommenen Hologramme werden jedoch zur Rekonstruktion in ein 1024x1024 Pixel großes Bild eingebettet, da der *FFT*-Algorithmus nur quadratische Bilder der Kantenlänge 2^n (n) verarbeiten kann. Die Skalierungsfaktoren Δx_R und Δy_R in der (x,y) -Ebene wurden über die Gleichung für den Pixelabstand bei Rekonstruktion mit der Fresnel-Methode berechnet (siehe Gleichung 2.58).

Die Messung der Abstände D und R zwischen Objekt und CCD-Sensor bzw. Quellpunkt der Referenzwelle und CCD-Sensor wurden mit einem Maßband durchgeführt, für die Rekonstruktionsdistanz z ergab sich hieraus ein Wert von 53 cm ($\pm 1\text{cm}$). Für den Verkippungswinkel bei der Ausrichtung des Kalibrierobjekts wurde ein Fehler von $\pm 2^\circ$ geschätzt, die Fehler für P_x wurden vereinfacht über das Verhältnis $\cos(\text{Winkel}) / \cos(\text{Fehlerwinkel})$ berechnet. Der Fehler beim manuellen Pixelzählen zur Berechnung von P_z wurde auf $\pm 1 \%$ ($2/200$ Pixel) geschätzt.

Die Kalibrierung ergab folgende Parameter:

P_x	P_z
$0,60 \pm 0,0004 \text{ rad/Pixel}$	$0,88 \pm 0,06 \text{ rad/Pixel}$
$\Delta x_R, \Delta y_R$	F_z
$0,0369 \pm 0,0007 \text{ mm/Pixel}$	$0,13 \pm 0,04 \text{ mm/rad}$

Tabelle 3: Parameter der Kalibrierung.

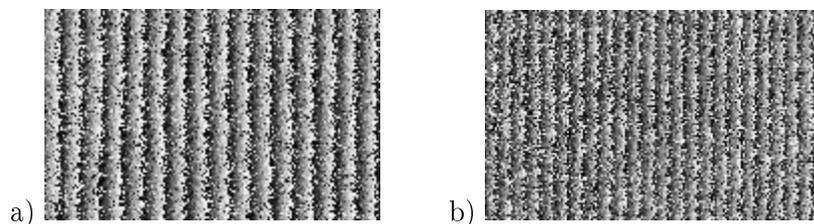


Abbildung 28: Differenzphasenkarten aus Vorcontouring des Kalibrierobjekts
a) $\Delta\phi_{P0,mod}$ (Obj. unverkippt) , b) $\Delta\phi_{P45,mod}$ (Obj. um 45° verkippt).

4.2.2 Formvermessung

Vor der Formerfassung wurde das Testobjekt, eine zylindrische Welle, durch Eindellungen markiert (siehe Abbildung 29 b)). Die Formerfassung wurde auf einen kreisförmigen Ausschnitt im Bereich der Markierung mit einem Durchmesser von ca. 1 cm beschränkt, da das Objekt relativ viel Licht absorbiert und die Ausleuchtung eines größeren Bereichs einen Kontrastverlust im Hologramm zur Folge hat. Bei zukünftiger Verwendung eines leistungsstärkeren Lasers ist diese Einschränkung nicht mehr notwendig.

Der vom Objekt reflektierte Beleuchtungsanteil reduzierte den Kontrast in der Rekonstruktion minimal, führte aber weiter nicht zu Problemen.

Zunächst wurde ein Vorcontouring des Objekts durchgeführt. Vom Ergebnisbild $\Delta\phi_C$ wurde eine mit P_x skalierte Phasenrampe subtrahiert. Die so berechnete Höhenkarte $\Delta\phi_{z,C}$ wurde mit dem aus den Kalibrierungsparametern Δx_R und P_z berechneten Faktor F_z in die metrisch skalierte Höhenkarte $C(x_R, y_R)$ überführt.

$C(x_R, y_R)$ und das durch Filterung mit einem 9x9-Median-Kernel erzeugte Ergebnisbild $C(x_R, y_R)_M$ sind in Abbildungen 30 d) und e) dargestellt. Zur Darstellung und weiteren Verarbeitung wurde die in Abbildung 30 c) dargestellte Maske verwendet, da die Markierungen auf dem Objekt verfälschte Messdaten erzeugten.

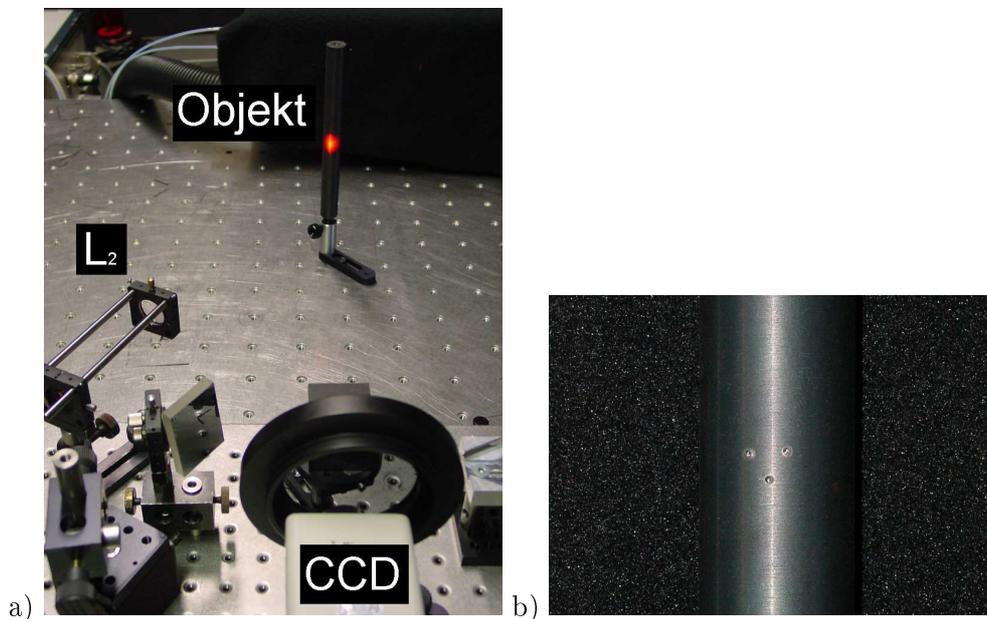


Abbildung 29: a) Contouring des Messobjekts, b) Markiertes Messobjekt.

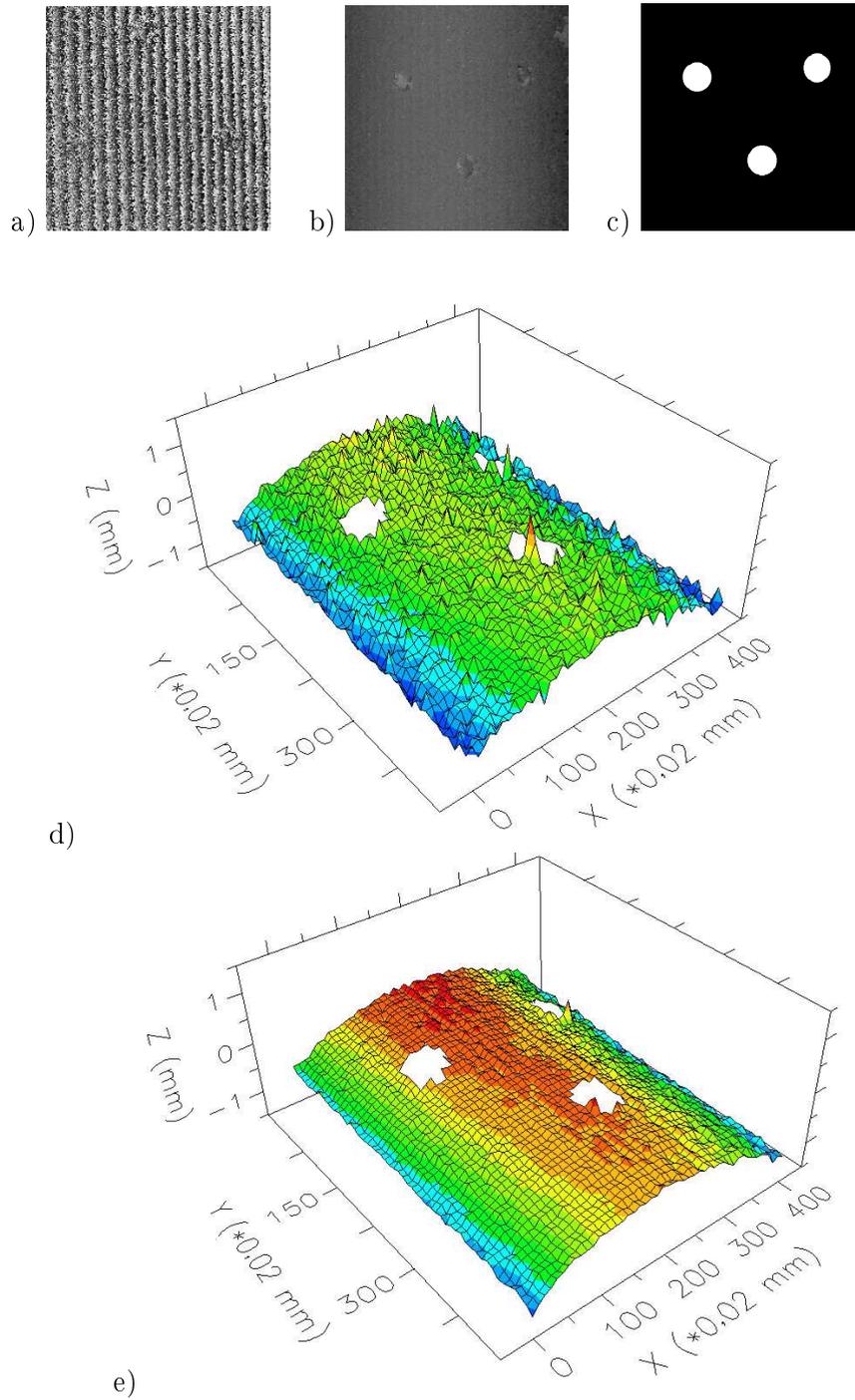


Abbildung 30: a) $\Delta\phi$, b) unskalierte Höhenkarte $\Delta\phi_{C,z}$, c) verwendete Maske
 c), d) metrisch skalierte Höhenkarten $C(x_R, x_R)$, $C_M(x_R, x_R)$

4.2.3 Vergleich der Formdaten

Zum Abgleich der Formdaten wurde der gleiche Ausschnitt des Testobjekts von einem wissenschaftlichen Mitarbeiter des BIAS mit einem automatisierten auf Lasertriangulation basierenden Messsystem vermessen, das Ergebnisbild $T(x_T, y_T)$ ist in Abbildung 31 dargestellt. Messungen mit einem Triangulationssensor sind von hoher Genauigkeit ($\pm 2\mu\text{m}$), weisen im allgemeinen keine geometrischen Verzerrungen auf und erzeugen somit eine gute Formreferenz.

Zum Vergleich der Formdaten aus Contouring und Triangulationsmessung wurde $C(x_R, x_R)$ durch Pixelinterpolation auf die Bildgröße von $T(x_T, y_T)$ skaliert. Das Skalierungsverhältnis in x- und y-Richtung wurde aus dem Verhältnis der metrischen Pixelskalierungen Δx_R und Δx_T der Bilder $C(x_R, x_R)$ und $T(x_T, x_T)$ berechnet. Die Bildausschnitte wurden so gewählt, dass sich die deutlich sichtbaren Markierungen in beiden Bildern an der gleichen Position befanden. Anschließend wurde das Differenzbild $D(x_T, y_T)$ von $C(x_T, x_T)$ und $T(x_T, y_T)$ berechnet:

$$D(x_T, y_T) = C(x_T, x_T) - T(x_T, y_T) \quad (4.3)$$

Zur Unterdrückung des Grauwertgleichanteils wurde der mittlere Grauwert von $D(x_T, y_T)$ subtrahiert. Das Ergebnisbild ist in Abbildung 32a) dargestellt. Da im Fehlerbild $D(x_T, y_T)$

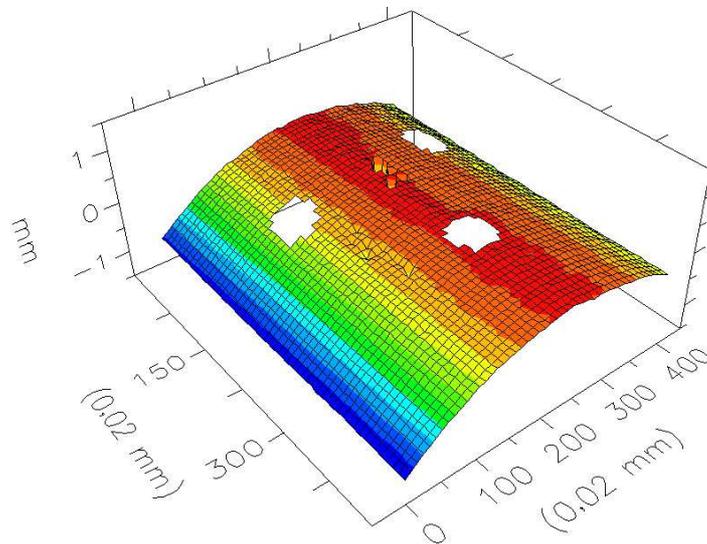


Abbildung 31: Messergebnis $T(x_T, y_T)$ der Triangulationssensormessung.

ein dominanter linearer Anteil zu erkennen ist, wurde eine Analyse des Bilds durch eine Zerlegung in funktionale Anteile durchgeführt. Abbildungen 32a)-d) zeigen das Fehlerbild und die berechneten Ausgleichsfunktionen.

Bei Vergleich von Abbildungen 30d) und 31 fällt auf, dass $C(x_T, y_T)$ gegenüber $T(x_T, y_T)$ leicht in y-Richtung verkippt und um die z-Achse rotiert ist. Dies hängt mit dem linearen Anteil $F1(x_t, y_T)$ des Fehlerbilds zusammen, der durch lineare Ausgleichsrechnung isoliert wurde (siehe Abbildung 32b)). Der lineare Anteil hat in x-Richtung eine Steigung von $-0,0019$ mm/Pixel, dies deckt sich mit den bei der Kalibrierung auftretenden Ungenauigkeiten, die eine maximale Steigung von $\pm 0,002$ mm/Pixel rechtfertigen. Es ist ebenfalls möglich, dass das Objekt bei der Durchführung des Contourings in einer leicht verdrehten Ausrichtung vermessen wurde. Durch das Überlagern der Markierungen würden dann zwei leicht zueinander versetzte Zylinder voneinander subtrahiert werden, was ebenfalls eine Phasenrampe in x-Richtung erzeugt.

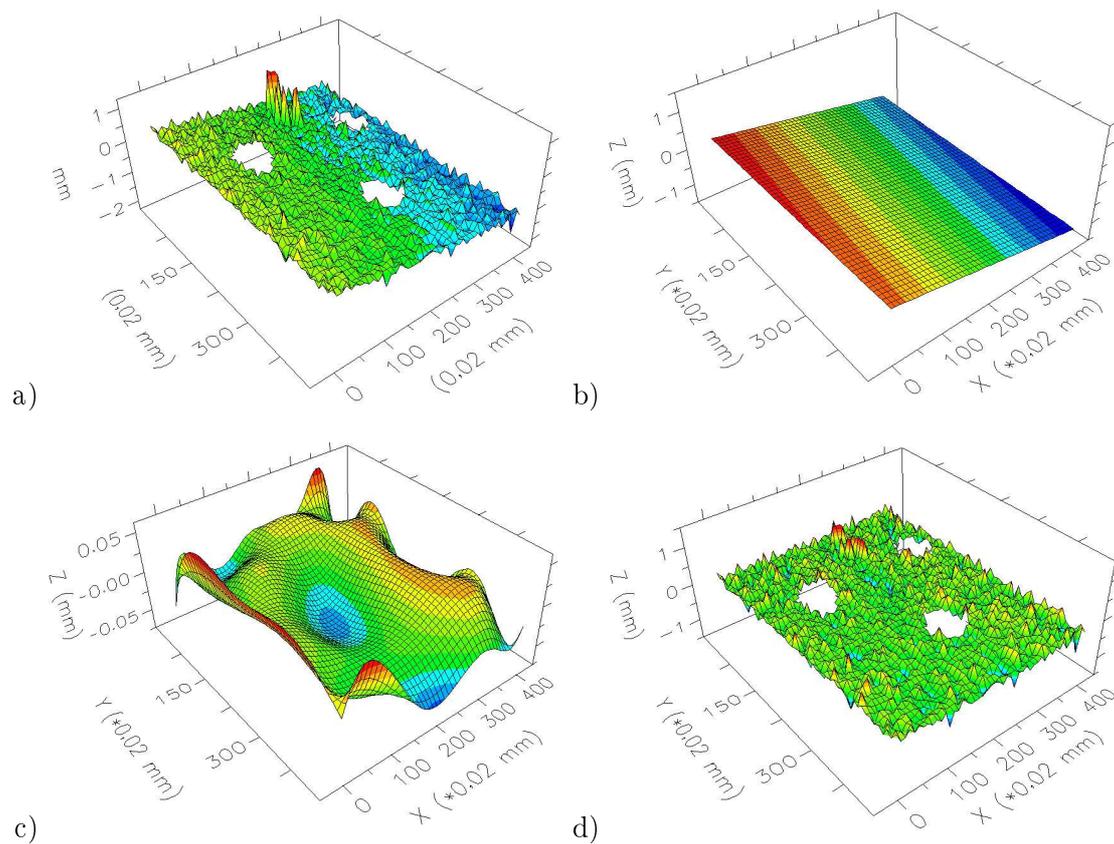


Abbildung 32: a) Fehlerbild $D(x_T, y_T)$, b) $F1(x_T, y_T)$ c) $F6(x_T, y_T)$, d) $R(x_T, y_T)$

$F1(x_t, y_T)$ wurde von $D(x_T, y_T)$ subtrahiert und mit diesem Bild ein Polynomfit sechsten Grades durchgeführt. Das Ergebnisbild $F6(x_t, y_T)$ zeigt einen systematischen Fehler der Messung. Der spärliche Formanteil weist auf einen radialsymmetrischen Fehler durch Linsenabberationen und/oder Variation des Sensitivitätsvektors über die Objektfläche hin.

Der übrige Anteil des Fehlerbilds, $R(x_t, y_t)$

$$R(x_t, y_t) = D(x_T, y_T) - P1(x_T, y_T) - P6(x_T, y_T) \quad (4.4)$$

wird durch Phasenrauschen bzw. Artefakte bei der Demodulierung erzeugt. Dieser Anteil ist für eine genaue Formmessung störend; bei stetig verlaufenden Formen kann $R(x_t, y_t)$ jedoch durch Näherung des Bildes $C(x_T, y_T)$ mit einer geeigneten Funktion eliminiert werden. Dies kann auch bei der Verformungsmessung durch Subtrahierung zweier Formkarten angewendet werden, wenn sich die Verformung durch eine Ausgleichsfunktion nähern lässt.

	Mittelwert	Standardabweichung	Min GW	Max GW
$C(x_T, y_T)$	-0,326	0,296	-2,170	1,124
$T(x_t, y_T)$	0,816	0,346	-0,860	2,244

Tabelle 4: Grauwertstatistik für Formbilder.

	Mittelwert	Standardabweichung	Min GW	Max GW
$D(x_T, y_T)$	0,006	0,168	0,000	2,280
$R(x_t, y_T)$	0,000	0,130	-0,710	1,457
$F_1(x_T, y_T)$	-1,148	0,253	-1,68	-0,6585
$F_6(x_T, y_T)$	0,003	0,017	0,0417	0,046

Tabelle 5: Grauwertstatistik für Fehlerbilder.

Offset	x^1	y^1	$x \cdot y$
0,158	-0,813	-0,123	-0,0901

Tabelle 6: Funktionsparameter für linearen Fehleranteil $F1(x_T, y_T)$.

Modifizierung des Messaufbaus

Bei der Übertragung des durch Verwendung von zwei Beleuchtungsrichtungen realisierten Contouringverfahrens in die in Abschnitt 1.1 beschriebene Messumgebung sind diverse Einschränkungen zu beachten.

Die fundamentalste Einschränkung in Bezug auf die Gestaltung des Messvorgangs stellt die schnelle Deformation der zu untersuchenden zylindrischen Wellen dar. Das in 4.1 beschriebene Verfahren ist für die Vermessung von sich schnell verformenden Objekten nicht geeignet, da eine manuelle Ausblendung jeweils einer Objektwelle¹ erforderlich ist. Wird das Objekt mit beiden Beleuchtungswellen gleichzeitig beleuchtet, so sind in der Intensitätsrekonstruktion des Hologramms sinusförmig verlaufende Streifen zu erkennen (siehe beispielsweise Abbildungen 14a) und b)), die Phasenrekonstruktion ergibt jedoch kein verwendbares Ergebnis.

Die Umsetzung des Contourings in die Messumgebung erfordert dementsprechend einen Aufbau, mit dem beide Beleuchtungszustände getrennt aufgenommen werden können. Eine Möglichkeit dies zu realisieren, besteht in der zeitlich versetzten Aufnahme der beiden Hologramme. Bei schnellen Objektverformungen müssen sehr kurze zeitliche Abstände zwischen den Aufnahmen sowie eine sehr kurze Integrationszeit für die Hologrammaufnahme gewählt werden, um einen annähernd gleichen Objektzustand mit beiden Aufnahmen zu erfassen. Um das Verfahren automatisieren zu können, muss synchron zu den Aufnahmen ein gesteuerter Wechsel der Beleuchtungsrichtungen stattfinden. Eine Synchronisierung von Laser, Kamera und anderen Schaltelementen lässt sich durch Steuerkreise realisieren. Die Verwendung von ansteuerbaren Shuttern ist jedoch problematisch, da diese teilweise sehr langsam schalten oder nicht für die hohen Pulsleistungen² ausgelegt sind, die verwendet werden müssen, um eine kurze Integrationszeit zu ermög-

¹Um die Beleuchtungswelle vor der Streuung am Objekt von der gestreuten Beleuchtungswelle zu unterscheiden, wird letztere Objektwelle genannt.

²Problematisch im Zusammenhang mit hohen Pulsleistungen sind auch Strahlteiler, da diese durch eine hitzeempfindliche Klebeschicht zusammengehalten werden.

lichen. Der Einsatz von Pockels-Zellen als Shutter entfällt als Option, da der finanzielle Aufwand für deren Beschaffung zu hoch ist.

Eine anderer Ansatz besteht darin, die Objektwelle über einen rotierenden Spiegel laufen zu lassen, so dass je nach Ausrichtung des Spiegels das Objekt in verschiedenen Winkeln beleuchtet wird. Zur Synchronisation des Spiegels mit den Laserpulsen müsste ein Regelkreis aufgebaut werden, der die Rotationsfrequenz sehr präzise konstant hält. Aus jeder Abweichung der Spiegelposition von der Sollvorgabe ergibt sich direkt ein Fehler bei der Auswertung, da hiermit die Dichte des Phasendifferenzmusters zwischen den beiden Beleuchtungsstrahlen verändert wird. Ein Vorteil bei diesem Ansatz ist jedoch die relative Unempfindlichkeit des Spiegels gegenüber hohen Strahlintensitäten.

Bei der zeitlich versetzten Aufnahme beider Bilder, aber besonders bei der Verwendung eines rotierenden Spiegels, ist ein hoher Aufwand erforderlich, der für die Steuerung (bzw. Regelung) der Beleuchtungs- und Aufnahmeabläufe betrieben werden muss.

Eine Alternative zur zeitlich getrennten Aufnahme des aus je einer Richtung beleuchteten Objekts besteht in der räumlich getrennten Aufnahme der Hologramme mit zwei Kameras bei simultaner Beleuchtung des Objekts aus beiden Richtungen. Um das vom Objekt gestreute Licht in von Beleuchtungspunkt a und von Punkt b ausgehende Anteile trennen zu können, bietet sich bei metallischen Objekten wie der zu untersuchenden Welle eine Nutzung der Polarisation an, da Metall polarisationserhaltend reflektiert. Hierfür werden die beiden Beleuchtungswellen so polarisiert, dass sie durch verschiedene Analytoren voneinander getrennt werden können, also orthogonal zueinander linear oder in verschiedene Drehrichtungen zueinander zirkular polarisiert. Bei diesen Konfigurationen ist eine Selektion jeweils einer Beleuchtungswelle durch einen vor der Kamera aufgestellten Analysator möglich. Die Polarisationrichtung der Referenzwelle muss hierbei parallel zur Polarisationrichtung der vom Analysator transmittierten Beleuchtungswelle (oder zumindest nicht orthogonal zu dieser) liegen.

Um die Verwendbarkeit dieses Ansatzes zu testen, wurden Testaufnahmen mit einer Kamera bei gleichzeitiger Verwendung beider Beleuchtungswellen durchgeführt. Hierfür wurde die Beleuchtungswelle durch einen polarisierenden Strahlteiler in zwei orthogonal zueinander linear polarisierte Anteile aufgespalten, mit denen das Objekt bestrahlt wurde. Um gleiche Amplituden für beide Beleuchtungsrichtungen zu erhalten, wurde der verwendete HeNe-Laser so gedreht, dass die Polarisationsrichtung der von ihm emittierten Strahlung in einem Winkel von 45° zur Kante des polarisierenden Strahlteilers lag. Der Polarisationsvektor des in diesem Winkel polarisierten Referenzstrahls besitzt

somit auch gleich große Komponenten bezüglich beider Beleuchtungsrichtungen. Vor der Kamera wurde ein linearer Polarisationsfilter als Analysator angebracht. Es wurden zwei Hologramme $H1$ und $H2$ aufgenommen. Bei der Aufnahme von $H1$ war der Analysator so ausgerichtet, dass dieser nur die parallel zur y-Achse polarisierte Objektwelle O_1 transmittierte, für die Aufnahme von $H2$ wurde der Analysator um 90° gedreht, so dass nur die parallel zur x-Achse polarisierte O_2 transmittiert wurde. Der Aufbau entspricht dem in Abb. 26 dargestellten Aufbau. Aus den beiden Hologrammen $H1$ und $H2$ wurden die Phasenverteilungen ϕ_1 und ϕ_2 in der Objektebene rekonstruiert, und aus diesen die Phasendifferenzkarte $\Delta_{\phi_{1,2}}$ berechnet. Wie in Abbildung 33 ersichtlich, ergibt sich ein guter Kontrast des Streifenmusters in der Phasendifferenzkarte. Eine leichte Verschlechterung des Kontrasts lässt sich dadurch erklären, dass der Polarisationsgrad der Beleuchtungswelle durch die Streuung am Objekt sinkt und so auch je ein Teil der zu eliminierenden Objektwelle vom Analysator transmittiert wird.

Da der gute Kontrast im Phasendifferenzbild die prinzipielle Durchführbarkeit des Contourings mit einem solchen Aufbau nahelegt, wurde eine weitere Kamera in den Aufbau eingebracht, um beide Beleuchtungszustände simultan zu erfassen. Abbildung 34 zeigt diesen erweiterten Aufbau. Die vor den Kameras CCD_1 und CCD_2 angebrachten Linearpolarisationsfilter P_1 und P_2 sind in dem Aufbau so ausgerichtet, dass sie jeweils nur die orthogonal zueinander polarisierten Objektwellen O_1 und O_2 transmittieren. Mit den Kameras CCD_1 und CCD_2 wurden die Hologramme $H1_{CCD1}$ (Belichtung mit O_1) und

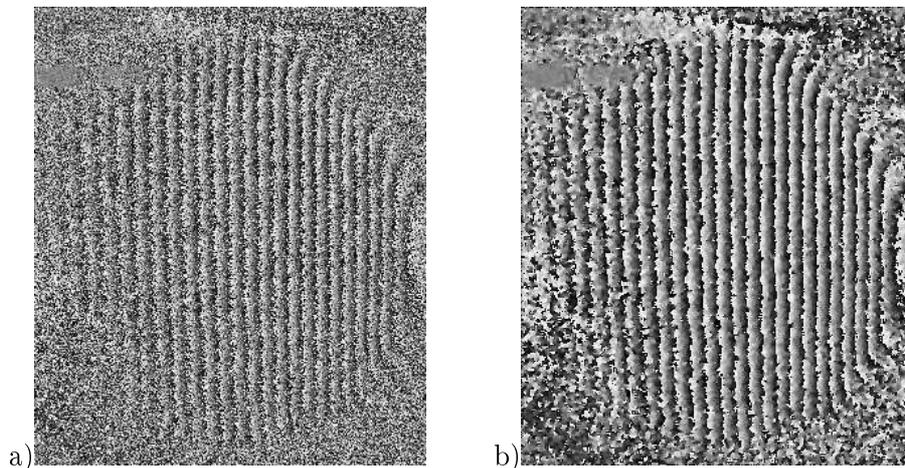


Abbildung 33: Ungefilterte(a) und gefilterte(b) Differenzphasenkarte(Ausschnitt) bei Verwendung einer Kamera und Trennung der Beleuchtungswellen durch einen zwischen den Aufnahmen gedrehten Polarisator.

$H2_{CCD2}$ (Bel. mit O_2) aufgenommen. Die Aufnahme der Bilder erfolgte mit zwei kompletten Systemen, also jeweils zwei Kameras, Framegrabberkarten und Steuerungscomputern.

Der nichtpolarisierende Strahlteiler ST_2 teilt sowohl Objektwelle als auch Referenzwelle in die Richtungen beider CCD-Sensoren auf. Idealerweise sollten die Kameras CCD_1 und CCD_2 den gleichen Abstand zu ST_2 haben, und in einer rechtwinkligen Formation mit diesem stehen. Zur Ausrichtung der Kameras diente die Schraubenmatrix des optischen Tisches, auf dem der Aufbau befestigt war. ST_2 wurde so justiert, dass ein von M_3 reflektierter durch die Mitte von BS_2 verlaufender abgeschwächter Laserstrahl mittig auf beide CCD-Targets fiel. Hierfür wurden die Kameras im Livemodus betrieben und durch visuelle Überprüfung der Kamerabilder die Lage des Strahls auf dem CCD kontrolliert. Eine solche Justierung des Aufbaus ist erforderlich, da bei einer Schiefelage von ST_2 aus der Sicht der Kamera CCD_2 eine Stauchung oder Dehnung des Objektes auftritt.

Die Intensitätsrekonstruktionen der von beiden Kameras aufgenommenen Hologramme

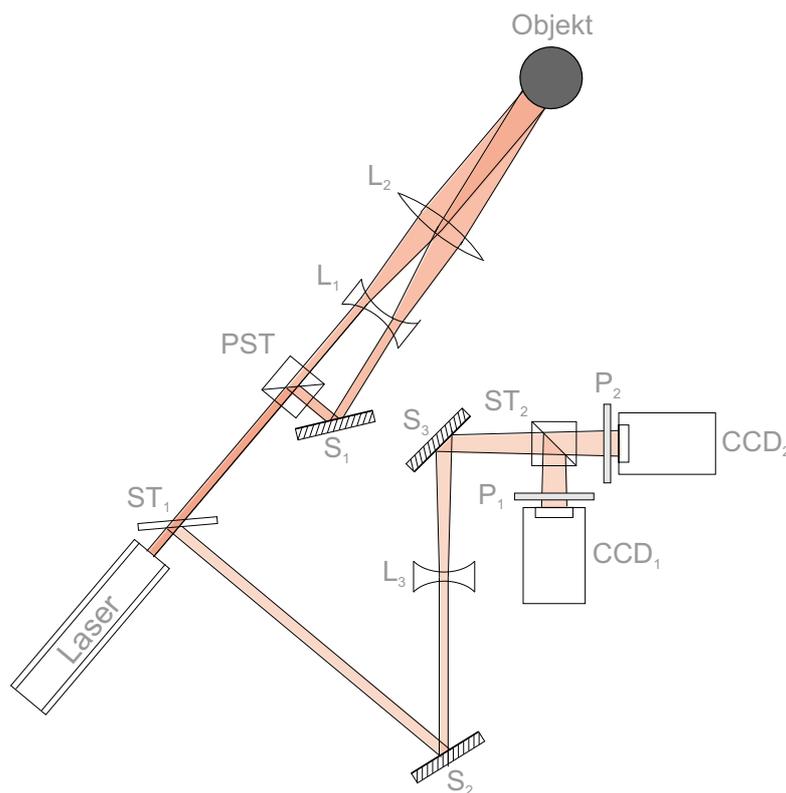


Abbildung 34: Contouringaufbau zur simultanen Aufnahme mit zwei Kameras.

unterscheiden sich in zweierlei Hinsicht. Die Rekonstruktion des von CCD_2 aufgenommenen Hologramms H_{CCD2} ist gegenüber der Rekonstruktion von H_{CCD1} gespiegelt, da die Objektwelle wegen der Reflexion am Strahlteiler von CCD_2 aus gespiegelt erscheint. Auch nach Spiegelung einer Rekonstruktion wurde ein Versatz zwischen den Positionen der Objekte in den rekonstruierten Intensitätsbildern bemerkt, dies lässt sich auf eine minimale Verkippung der CCD-Sensoren zurückführen. Problematisch ist dieser Versatz, da die rekonstruierte Phasenverteilung in der Objektebene ebenfalls um die gleiche Länge versetzt ist und bereits bei kleinsten Verschiebungen der räumliche Zusammenhang der Phasenmuster sinkt.

Um den Verschiebungabstand zwischen Phasenrekonstruktionen der mit beiden Kameras aufgenommenen Hologramme zu bestimmen ist es sinnvoll, gleichartige Beleuchtungszustände zu vergleichen. Eine gute Vergleichsmethode ist die Korrelation zweier Bilder, hierfür eignen sich die Intensitätsrekonstruktionen besser. Mit CCD_2 wurde ein Hologramm H_{1CCD2} der Objektwelle O_1 aufgenommen, so dass zwei mit CCD_1 und CCD_2 aufgenommene Hologramme der Objektwelle O_1 vorlagen³.

Aus den Hologrammen H_{1CCD2} und H_{1CCD1} wurden die Intensitätsbilder I_{1CCD1} und I_{1CCD2} berechnet, und eine Korrelationsberechnung für I_{1CCD1} und $I_{1CCD2,s}$ (gespiegeltes Bild von I_{1CCD2}) durchgeführt. Aufgrund der Bildgröße wurde die Korrelation nicht im Ortsraum, sondern durch komplexe Multiplikation im Frequenzraum durchgeführt (siehe [Ja05]).

Im Korrelationsbild wurde der Maximalwert detektiert, die Distanz (v_{xR}, v_{yR}) seiner Pixelkoordinaten zur Bildmitte ist ein Indikator für die Verschiebung der Bilder I_{1CCD1}

³Realisierung durch Drehung von Analysator P_2 in gleiche Durchlassrichtung wie P_1

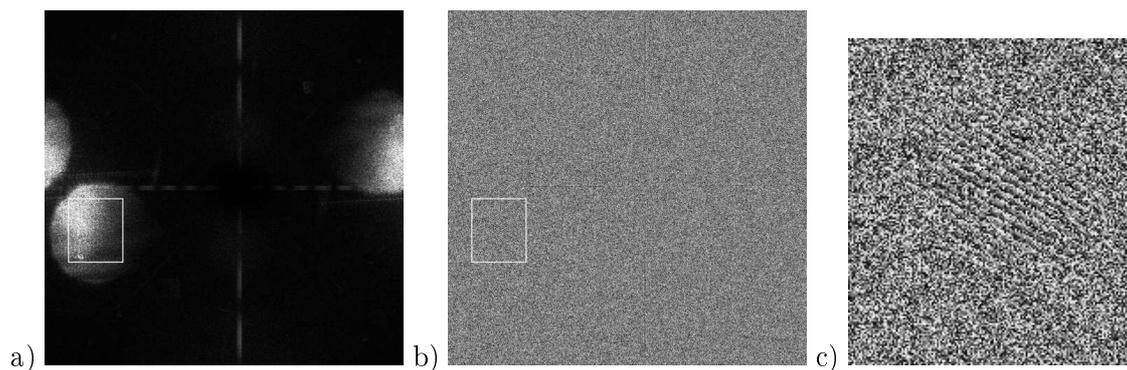


Abbildung 35: a) Amplitudenrekonstruktion aus H_{1CCD1} , b) Differenzphase aus Phasenrek. von H_{1CCD1} und H_{2CCD2} , c) Ausschnitt aus b).

und $I1_{CCD2,s}$ zueinander. Hieraus wurden mit dem Pixelabstand Δx_R und dem Abstand z von Objekt zu CCD der horizontale und vertikale Kippwinkel ω_h und ω_v zwischen den beiden Sensoren berechnet:

$$\omega_h = \arctan \frac{v_{xR} \cdot \lambda}{N \cdot \Delta x'} \quad , \quad \omega_v = \arctan \frac{v_{yR} \cdot \lambda}{N \cdot \Delta x'} \quad (5.1)$$

Nun wurden die Phasenverteilungen aus $H1_{CCD1}$ und $H2_{CCD2}$ rekonstruiert. Bei der Rekonstruktion von $H2_{CCD2}$ wurden die Winkel ω_h und $-\omega_v$ als Korrekturwinkel verwendet. Beim Vergleich der Intensitätsrekonstruktionen wurde eine verbesserte Übereinstimmung der Lage des Objekts bei Verwendung der Korrekturwinkel erkennbar. Im Phasendifferenzbild zeigte sich an der gleichen Stelle im Bild jedoch nur ein extrem schlecht moduliertes Streifenmuster, das kleiner als das Objekt ist und eine andere Ausrichtung als das mit einer Kamera aufgenommene Muster hatte (siehe Abbildung 35c). Durch empirische Veränderung des Korrekturwinkels in einer Achse bewegte sich das Muster innerhalb des Objektbereichs entlang der dazu senkrecht stehenden Achse, bei zu großen Korrekturwinkeln war kein Muster erkennbar.

Die Bewegung des Musters ist ein Hinweis auf eine lokal beschränkte Korrelation der Pha-

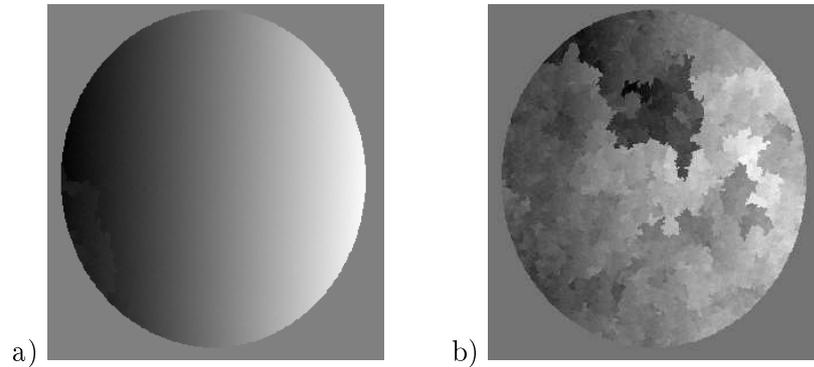


Abbildung 36: a) Erfolgreiche und b) misslungene Demodulation.

Verschiebung entlang	Max. V. in Pixeln
x_R -Achse	-0,72 .. 0,72
y_R -Achse	-0,72 .. 0,58
Diagonal(x_R, y_R)	-0,61 .. 0,82
Diagonal($-x_R, y_R$)	-0,61 .. 0,61

senmuster und damit auf einen Größenunterschied zwischen den rekonstruierten Phasenkarten.

Zur Untersuchung der Sensibilität des Kontrasts von Phasendifferenzkarten in Bezug auf eine Verschiebung zwischen diesen wurde eine Testreihe mit zwei Hologrammen durchgeführt, die mit einer Kamera und unterschiedlichen Beleuchtungsrichtungen aufgenommen wurden.

Hierbei wurde bei der Phasenrekonstruktion eines Hologramms der Kippwinkel variiert, aus beiden Rekonstruktionen die Phasendifferenz gebildet und diese demoduliert. Mit zunehmender Verschiebung der Phasenbilder zueinander stieg das Rauschen in $\Delta\phi_{12}$, ab einer Verschiebung von maximal 0,82 Pixeln (siehe Tabelle 5) konnte die Phase nicht mehr korrekt demoduliert werden.

Wertung und Ausblick

6.1 Zusammenfassende Wertung

In dieser Diplomarbeit wurde die Formerfassung mittels eines digital-holografischen Contouringverfahrens unter Verwendung von zwei Beleuchtungsrichtungen untersucht.

Es wurden hierfür die für dieses Verfahren spezifischen Geometrieverhältnisse dargelegt und anhand dieser eine Kalibrierungsmethode entworfen. Für das beschriebene Contouringverfahren wurden zwei verschiedene Aufbauten realisiert und mit diesen Formvermessungen vorgenommen. Bei der Formmessung an einer zylindrischen Welle aus dem SFB 570 wurde die entwickelte Kalibrierungsmethode verwendet und durch Abgleich der aus der Formmessung gewonnenen Messdaten mit den Messdaten einer hochpräzisen Triangulationssensormessung validiert.

Es wurde ein Konzept zur Strahlteilung durch Polarisation der Beleuchtungswellen vorgestellt und im Experiment dessen praktische Durchführbarkeit gezeigt. Im Zusammenhang hiermit wurde auch eine simultane Aufnahme mit zwei Kameras durchgeführt und auf Probleme bei der Auswertung der rekonstruierten Phasenbilder hingewiesen.

Die Untersuchungsergebnisse zeigen, dass eine Formmessung mittels des beschriebenen Verfahrens unter Verwendung der erstellten Kalibriermethode möglich ist und im Rahmen einer geeigneten mathematischen Auswertung gute Ergebnisse liefert; der Vergleich der Messdaten mit Referenzdaten weist darauf hin, dass in der Erweiterung der Kalibriermethode ein Potential für verbesserte Messergebnisse liegt.

6.2 Weiteres Vorgehen

Der Abgleich der mittels 2-BR-Contouring ermittelten Formdaten mit Referenzdaten lässt darauf schliessen, dass das Verfahren bei geeigneter Kalibrierung zur Erfassung von stetigen Formen oder Verformungen verwendet werden kann. Um die Genauigkeit zu steigern, wird eine Weiterentwicklung der Kalibriermethode durch Erweiterung des

Geometriemodells zur Erfassung nichtlinearer Effekte wie Linsenabberationen, Variation des Beobachtungsvektors und Abweichung der Form des Phasendifferenzmusters vom linearen Modell vorgeschlagen.

Nützlich könnte hierbei eine Einbindung von Kalibrationsobjekten und -verfahren sein, die in der Streifenprojektionstechnik eingesetzt werden.

Zur Umsetzung des in Abschnitt 5 beschriebenen Verfahrens zur simultanen Aufnahme mit zwei Kameras ist eine umfassende theoretische und praktische Ausarbeitung einer Justagemethode nötig, um Phasendekorrelation zu vermeiden. Angesichts des erheblichen Aufwands zur Kompensation von Verkippungen erscheint die Verwendung von zwei Kameras für einen Einsatz im industriellen Umfeld wenig geeignet, die Aufteilung der Objektstrahlen durch ihre Polarisation birgt jedoch auch Vorteile für andere Messverfahren, wie zum Beispiel die Speckle-Fotografie.

Im Zusammenhang mit der Messumgebung im SFB 570 ist diesbezüglich zu untersuchen, ob das Metall auch im erhitzten Zustand polarisationserhaltend streut.

Zur Weiterentwicklung des Ansatzes der simultanen Aufnahme ist auch die Einbeziehung eines in [SP99] beschriebenen Verfahrens denkbar. Das Verfahren ermöglicht bei simultaner Aufnahme mehrerer inkohärenter Objektwellen mit zugehörigen Referenzwellen getrennte Rekonstruktionen der Objektwellen. Es bleibt zu prüfen, ob mit diesem Verfahren eine Durchführung des 2-BR-Contourings mit einer einzelnen Aufnahme möglich ist.

Anhang

7.1 Danksagung

Zunächst möchte ich mich bei meinen Betreuern Dr. Thomas Kreis am BIAS und Prof. Dr. Bernhard Ströbel an der Fachhochschule Darmstadt bedanken.

Ein besonders herzlicher Dank geht an meine Bürokollegen Claas Falldorf und Thorsten Bothe¹ für deren Engagement, Bereitschaft zum Mitdenken, und Tipps in Bezug auf die Bearbeitung des in dieser Diplomarbeit behandelten Themas, sowie für die kollegiale Atmosphäre und interessante Gespräche über nicht nur die Optik betreffende Themen im Raum 1390.

Moralisches (und bis jetzt finanzielles) Rückgrat nicht nur während der Diplomarbeits- und Studienzeit war meine Familie, besonders meine Eltern Gisela, Enno und Lieselotte Sandner-Jakob, sowie mein Bruder Patrick Sandner, die mir Freunde und Vorbilder sind. Dank geht auch an meine Diplomkollegin Christina Fobes, die mich etliche Male ermuntert hat und der ich einfach alles Gute wünsche.

Bei der Arbeit unterstützt wurde ich unter anderem von Christian Kapitza, Jan Müller, Reiner Klattenhoff, Dr. Volker Kebbel, Daniel Kayser, Lars Rosenboom, Berthold Müller, Jürgen Geldmacher und Ulrich Zuch.

Bei Herrn Dr. Christoph von Kopylow bedanke ich mich für die freundliche Aufnahme in die Arbeitsgruppe Optische Messtechnik.

Bezüglich meines Studiums möchte ich mich besonders bei den Professoren im Fachbereich Optotechnik und Bildverarbeitung, Prof. Dr. Ströbel, Prof. Dr. Sandau, Prof. Dr. Heckenkamp, Prof. Dr. Scharfenberg und Prof. Dr. Heddrich bedanken, die mich und meine Kommilitonen engagiert gefördert, und deren motivierende Worte mir den Weg zum Diplom geebnet haben.

Fürs gemeinsame Lernen und Lachen möchte ich mich stellvertretend bei Silke Müller, Hariss Osmani, Teselef Tamrat, Christiane Vincze, Josef Mehari, Kai Leonhard, Matthias Zemke und Leonard Swiezinski bedanken.

¹Alphabetisch nach Vornamen sortiert

7.2 Liste der verwendeten Formelzeichen

α	halber Winkel zwischen zwei ebenen Wellenfronten
β	halber Öffnungswinkel Sensorausenkanten zu Objektpunkt
Δf	Frequenzbandbreite der Lichtwelle
Δt	zeitlicher Abstand zwischen Hologrammaufnahmen
$\Delta x', \Delta y'$	Abstände der Sensorelementmitten in x-, y-Richtung
$\Delta x_R, \Delta y_R$	metrische Skalierungsfaktoren für die Hologrammebene
$\Delta x_T, \Delta y_T$	metrische Skalierungsf. für Koordinatensystem von $T(x_T, y_T)$
$\Delta\phi(x_R, y_R), \Delta\phi_R(x_R, y_R)$	Differenz zweier Phasenrekonstruktionen (Phasendifferenzbild)
$\Delta\phi_{a-b}(x_R, y_R)$	Phasendifferenzbild aus Hologrammen a und b
$\Delta\phi_{z,C}(x_R, y_R)$	unkalierte Höhenkarte aus Contouring
$\Delta\phi_C(x_R, y_R)$	Phasendifferenzbild, Ergebnis des Vorcontouring
$\Delta\phi_K(x, z), \Delta\phi_E(x, z)$	Phasendifferenzbild für Kugelwellen, ebene Wellen
$\Delta\phi_{P0}(x_R, y_R), \Delta\phi_{P45}(m, n)$	Phasendifferenzbild aus Vorcontouring des Kalibrierobjekts
$\Delta_{x,S}$	im Pixelbild gemessene Steigung des Schraubengewindes
γ	Beleuchtungswinkel zwischen \vec{e}_{QM} und \vec{e}_B
$\Gamma(t)$	Kohärenzgrad
Γ	Fernrohrvergrößerung
$\underline{\kappa}(x'y')$	Fresnel-Kern
λ	Wellenlänge der Lichtwelle
λ_{synth}	synthetische Wellenlänge (2- λ -Contouring)
ω_H, ω_V	Korrekturwinkel des Referenzstrahls bei Rekonstruktion
ω	Kreisfrequenz
$\phi(z, t)$	Phase einer Lichtwelle
$\phi_E(x, z)$	Phase der ebenen Welle
$\phi_K(x, z)$	Phase der Kugelwelle
ϕ_{OW}, ϕ_{RW}	Phase der Objektwelle, Referenzwelle
$\phi_O(\vec{r})$	Phasenverteilung in der Objektebene
$\phi_R(x_R, y_R)$	Phasenverteilung in Rekonstruktionsebene
ρ_B	Brewster-Winkel
τ_M	mittlere Transmissivität des Hologramms
$\tau(x, y)$	Transmissionsfunktion
θ_1, θ_2	Einfalls-, Beugungswinkel in Fresnel-Kirchhoff-Gleichung
$\underline{\psi}$	sphärischer Phasenfaktor

a	Fläche der beugenden Öffnung,
A	beugende Öffnung
A_1, A_2	Ebene des beugenden Objekts, beobachtete Ebene
\vec{B}	Feldvektor der magnetischen Feldstärke
c	Lichtgeschwindigkeit
$C(x_R, y_R)$	metrisch skalierte Höhenkarte
\vec{d}	Verschiebungsvektor
d_{Pixel}	Abstand der Sensorelementmitten zueinander
$d_{Res,max}$	maximal auflösbare Ortsfrequenz in Hologrammebene
$d_{Streifen}$	Streifenabstand des Interferenzmusters in Hologrammebene
$d_{x,S}$	bekannte Steigung des Schraubengewindes
$d_{z,S}$	an Schraube vermessener Abstand
D_{min}	Mindestabstand Objekt-Hologramm
$D(x_T, y_T)$	Differenzbild aus $T(x_T, y_T)$ und $C(x_T, y_T)$
$DFT(f(m, n))$	digitale Fouriertransformation
E_0	Amplitude einer Lichtwelle
$\underline{E}_E(x, y, z)$	komplexe Feldstärkenverteilung für ebene Welle
$\underline{E}_K(x, y, z)$	komplexe Feldstärkenverteilung für Kugelwelle
$\underline{E}_{obj}, \underline{E}_{ref}, \underline{E}_{rek}$	kompl. Feldstärkenv. der Objektwelle, Referenzwelle, rek. Welle
$\underline{E}_1(x, y), \underline{E}_2(x', y')$	komplexe Feldstärkenverteilungen in Punkt P_1, P_2
\vec{e}_{QM}	Vektor der mittleren Beleuchtungsrichtung
\vec{e}_Q, \vec{e}_B	Einheitsvektoren der Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtungen
\vec{E}	Feldvektor der elektrischen Feldstärke
f	Frequenz der Lichtwelle
f_{Pixel}	Pixelortsfrequenz, Kehrwert von d_{Pixel}
$F1(x_T, y_T)$	Durch lineare Regression extrahierter lin. Anteil von $D(x_T, y_T)$
$F6(x_T, y_T)$	Durch Polynomfit 6. Grades extrahierter Anteil von $D(x_T, y_T)$
F_z	metrischer Skalierungsfaktor für $\Delta\phi_{C,z}$
$\mathcal{F}(f(x, y)), \mathcal{F}^{-1}(f(x, y))$	Fouriertransformation, inverse Fouriertransformation
$H(x', y')$	Intensitätsmuster in Hologrammebene
$H(m, n)$	digitales Hologramm
$H1_{CCD1}, H2_{CCD1}$	mit CCD_1 erzeugte Hologramme der Objektwellen O_1 und O_2
$H1_{CCD2}, H2_{CCD2}$	mit CCD_2 erzeugte Hologramme der Objektwellen O_1 und O_2
i	imaginäre Einheit
I	Intensität der Lichtwelle
I_1, I_2	Intensitäten von Lichtwellenfeldern

$I_R(x_R, y_R)$	Intensitätsverteilung in Rekonstruktionsebene
k	Kreiswellenzahl
k, l	Substitutionsvariablen
$\underline{K}(m, n)$	Fresnel-Kern (dig. Fresnel-Transformation)
\vec{k}	Wellenvektor
$\vec{k}_{Q1}, \vec{k}_{Q2}$	Beleuchtungsvektoren beim Contouring
\vec{k}_Q, \vec{k}_B	Beleuchtungs-, Beobachtungsvektor
l_c	räumliche Kohärenzlänge
$l_{Dx}(\gamma), l_{Dz}(\gamma)$	x-,z-Komponente von l_D bei Verkippung um γ
$l_{Sx}(\gamma), l_{Sz}(\gamma)$	x-,z-Komponente von l_S bei Verkippung um γ
l_{Dx}, l_{Dz}	Periodenlängen eines linearen Phasendifferenzmusters
l_{Sx}, l_{Sz}	Periodenlängen eines linearen Phasensummenmusters
n	ganzzahlige Variable
N_F	Fresnelzahl
O_1, O_2	Objektwellen, erzeugt durch Bel. aus verschiedenen Richtungen
$\underline{Q}(x, y)$	elektrische Feldstärkenverteilung in der Objektebene
P_1, P_2	Punkte auf Ebenen A_1, A_2
$\underline{P}(k, l)$	quadratischer Phasenterm (dig. Fresnel-Transformation)
P_x	Steigung der Phasenrampe in x-Richtung bei 2-BR-Contouring
P_z	Steigung der Phasenrampe in z-Richtung bei 2-BR-Contouring
$P_{z,S}$	in unskalierter Höhenkarte der Schraube vermessener Abstand
r, \vec{r}	Abstand, Abstandsvektor vom Sendepunkt für Kugelwelle
$R(\theta_1, \theta_2)$	Richtungsfaktor in Fresnel-Kirchhoff-Gleichung
\vec{R}	Abstand zwischen P_1 und P_2
$\underline{\mathbf{R}}_{FA}(x_R, y_R)$	rekonstruierte Feldverteilung durch Faltungsansatz
$\underline{\mathbf{R}}_{FM}(k, l)$	rek. Feldverteilung d. Fresnel-Transformation
$\underline{\mathbf{R}}_{LFM}(k, l)$	rek. Feldverteilung d. dig. linsenlose Fourier-Transformation
$\underline{RW}(m, n)$	simulierte Referenzwelle
\vec{s}	Sensitivitätsvektor
$\vec{s}_{\lambda_{synth}}, \vec{s}_{B1,2}$	Sensitivitätsvektoren beim 2- λ - , 2-BR-Contouring
$S\phi_K(x, z), S\phi_E(x, z)$	Phasensummenbild für Kugelwellen, ebene Wellen
t	Zeitvariable
t_B	Belichtungszeit bei Hologrammaufnahme
t_c	zeitliche Kohärenzlänge
$\underline{t}(k, l)$	FT der Transmissionsfunktion für Faltungsansatz
$T(x_T, y_T)$	Formkarte aus Triangulationssensormessung

u, v	Substitutionsvariablen
v_{xR}, v_{yR}	Verschiebungsabstände in der Rekonstruktionsebene
x_T, y_T	Koordinatensystem von $T(x_T, y_T)$
x, y	Koordinaten in der Objektebene
x', y'	Koordinaten in der Hologrammebene
x_R, y_R	Koordinaten in der Rekonstruktionsebene
z	Objekt-, bzw. Rekonstruktionsabstand

Literatur

- [Ab81] N. Abramson, *The Making and Evaluation of Holograms*, Academic Press, London, 1981
- [Al03] J. Alsen, C. v. Kopylow, W. Jüptner, *Digital Holography used for measurement of deformations during gas quenching processes*, 2003
- [Br00] I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew, G. Musiol, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, 2000
- [CW92] K. Creath, J.C. Wyant, *Moiré and fringe projection techniques*, in *Optical Shop Testing*, zweite Ausgabe, Wiley, New York, 1992
- [CT65] J.W. Cooley, J.W. Tukey, *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series*, Math. Comp., 19, 1965
- [He01] B. Hecht, *Optik*, Oldenbourg, München und Wien, 2001
- [Ja05] B. Jähne, *Digitale Bildverarbeitung*, Springer, 2005
- [LK93] W. Lauterborn, T. Kurz, M. Wiesenfeld, *Kohärente Optik*, Springer, 1993
- [Ga48] D. Gabor, *A new microscopic principle*, Nature, Nr. 161, 1948
- [KK79] T. Kreis, H. Kreitlow, *Quantitative evaluation of holographic interference patterns under image processing aspects*, aus: P. Meyrueis, M. Grosmann (Editoren), *2nd European Congress on Optics Applied to Metrology, Proc. of Soc. Photo-Opt. Instr. Eng.*, 210, Seiten 196-202, 1979
- [Kr97] T. Kreis, *Suppression of dc term in digital holography*, Opt. Eng., 36, No. 8, 1997
- [Kr04] T. Kreis, *Handbook of holographic interferometry: optical and digital methods*, Wiley-VCH Weinheim, 2004
- [PP05] F.L. Pedrotti, L.S. Pedrotti, W. Bausch, H. Schmidt, *Optik für Ingenieure*, Springer, Berlin, 2005

- [Ro93] D.W. Robinson, *Phase unwrapping methods*, aus: D.W. Robinson, G.T. Reid (Editoren), *Interferogram Analysis: Digital Fringe Pattern Measurement Techniques*, Seiten 194-229, IOP Publishing Ltd., Bristol and Philadelphia, 1993
- [ST02] G. Schröder, H. Treiber, *Technische Optik*, Vogel-Verlag, 2002
- [SG99] F.M. Santoyo, G. Pedrini, S. Schedin, H. J. Tiziani, *3D displacement measurements of vibrating objects with multi-pulse digital holography*, Meas. Sci. Technol., Vol.10, Seiten 1305-1308, 1999
- [SP99] S. Schedin, G. Pedrini, H. J. Tiziani, F.M. Santoyo, *Simultaneous three-dimensional dynamic deformation measurements with pulse digital holography*, Applied Optics, Vol.38, No.34, 1999
- [Sc94] U. Schnars, W. Jüptner, *Direct Recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction*, Applied Optics, Vol.33, No.2, 1994
- [Se01] S. Seebacher, *Anwendung der digitalen Holografie bei der 3d-Form und Verformungsmessung an Komponenten in der Mikrosystemtechnik*, Dissertation im Fachbereich Produktionstechnik der Universität Bremen, 2001